

Mitteilungen aus dem Fraunhofer-Institut Nr. 18.

Fraunhofer-Linien im inhomogenen Magnetfeld.

Von

H. HUBENET, Freiburg i. Br. und Utrecht.

Mit 10 Textabbildungen.

(Eingegangen am 4. Januar 1954.)

Die Gleichungen zur Berechnung der Profile der Zeeman-Komponenten einer Fraunhofer-Linie in einem inhomogenen Magnetfeld werden abgeleitet. Es zeigt sich, daß beim normalen Zeeman-Effekt, im Falle eines homogenen Longitudinalfeldes, die Äquivalentlinienbreite unabhängig von der magnetischen Feldstärke ist. Für den einfachen Fall eines Sonnenflecks in Sonnenmitte mit rein longitudinalem, nach außen abnehmendem Feld werden unter Zuhilfenahme des WALDMEIERSchen Fleckmodells für die Fe-Linie λ 6173 die Komponentenprofile berechnet. Es ergeben sich durch den Feldgradienten bedingte Asymmetrien in den Komponenten, deren Nachweis bei Anwendung lichtelektrischer Photometrie auf keine Schwierigkeiten stoßen dürfte.

1. Einleitung.

Das Studium von Magnetfeldern in Sonnenflecken stützt sich nur auf die Beobachtung des Zeeman-Effektes an Fraunhofer-Linien. Absicht der vorliegenden Untersuchung ist, dem Beobachter zu zeigen, welche Effekte auftreten können und der Beobachtung möglicherweise zugänglich sind. Auch soll auf Fehler hingewiesen werden, die bei der Deutung der beobachteten Zeeman-Effekte leichter unterlaufen können.

Zu diesem Zweck wurden Rechnungen über die Entstehung einer Absorptionslinie in einem nichthomogenen Magnetfeld durchgeführt. Diese beschränken sich jedoch zunächst auf den einfachsten Fall eines Fleckes in der Mitte der Sonnenscheibe mit Feldlinien senkrecht zur Sonnenoberfläche (Longitudinaleffekt, $\vartheta = 0$). Wir wollen nur den Fall betrachten, daß die Linie durch reine Absorption und nicht durch Streuung entsteht. Wegen dieser Vereinfachung und im Hinblick auf das Ziel, vorerst nur einen Hinweis auf eventuell zu beobachtende Effekte zu bekommen, wurde die Rechnung nur genähert durchgeführt. Im Abschnitt 2 geben wir die Formeln, die es ermöglichen, Fraunhofer-Absorptionslinien (im Gegensatz zu Linien, die durch Streuung entstehen) in einem Magnetfeld von konstanter Richtung, aber veränderlicher Größe zu berechnen, und zwar a) für den einfachen Fall eines longitudinalen Feldes und b) für den transversalen Effekt. Es zeigt sich, daß im Falle einer Aufspaltung in ein Doublett im homogenen Longitudinalfeld eine Linie ihre Äquivalentbreite unverändert beibehält.

Auch stimmen die Profile der Komponenten mit denen der magnetisch unbeeinflussten Linie überein.

Im Abschnitt 3 wird unter Zuhilfenahme eines von WALDMEIER angegebenen Modells eines Sonnenfleckes die Intensität in der Fe I-Linie λ 6173 für den feldlosen Fall berechnet. Und zwar wird sie noch nicht als Funktion der Wellenlänge, jedoch als Funktion einer Größe P_λ , die dem Linienabsorptionskoeffizienten proportional ist, bestimmt.

Im Abschnitt 4 wird eine vereinfachte Rechenmethode eingeführt. Für den feldlosen Fall wird im Bereich der Linie die Intensität als Funktion der Wellenlänge, also das Linienprofil, bestimmt.

Im Abschnitt 5 werden die Profile der Komponenten der Linie Fe I λ 6173 bestimmt für den Fall eines Longitudinalfeldes mit einer von der Tiefe linear abhängigen Feldstärke. Die Berechnungen werden mit dem im Abschnitt 4 eingeführten vereinfachten Verfahren durchgeführt, und zwar für zwei Werte der Äquivalentbreite der ungestörten Linie, nämlich 60 und 94 mÅ und für zwei Werte des Feldgradienten: 2.23 und 6.70 Gauß/km.

Im Abschnitt 6 werden schließlich die für inhomogenes Feld gefundenen Profile diskutiert. Im Vergleich zu den magnetisch unbeeinflussten Profilen zeigen sie eine Verbreiterung und Vergrößerung der Äquivalentbreite sowie auch eine Asymmetrie. Da Vergleichsmaterial fehlt, sind die ersten beiden Effekte wahrscheinlich schwierig nachweisbar. Die Asymmetrie dürfte im allgemeinen mit lichtelektrischen Meßmethoden, in Ausnahmefällen sogar mit den Methoden der photographischen Spektrophotometrie beobachtbar sein. Die in einem Fleck vermutlich auftretenden laminaren Vertikalströmungen können ähnliche Asymmetrien verursachen, doch sind diese im Gegensatz zu den magnetisch verursachten Asymmetrien in beiden Komponenten gleich.

2. Ableitung der Formeln.

Die Intensität der senkrecht aus einer Sternoberfläche austretende Strahlung ist gegeben durch:

$$I_\lambda(0,0) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{-\int_0^t (\kappa_\lambda + \kappa) dt} (\kappa_\lambda + \kappa) dt. \quad (1)$$

Es bedeuten:

- t = geometrische Tiefe, gemessen von einem willkürlichen Nullpunkt aus,
- E = Kirchhoff-Planck-Funktion für die Wellenlänge λ und die der Tiefe t entsprechende Temperatur T ,
- κ_λ = Linienabsorptionskoeffizient pro Zentimeter,
- κ = kontinuierlicher Absorptionskoeffizient pro Zentimeter.

In der Bezeichnungsweise halten wir uns weitgehend an UNSÖLD [14]. Da E und κ mit der Wellenlänge nur *langsam* veränderlich sind, haben wir die Indizes λ weggelassen.

Definieren wir:

$$x_\lambda = \int_{-\infty}^t (\kappa_\lambda + \kappa) dt \quad (2)$$

so kann man (1) umformen in

$$I_\lambda(0,0) = \int_0^\infty E(x_\lambda) e^{-x_\lambda} dx_\lambda. \quad (3)$$

Wir wollen jetzt diese Gleichung verallgemeinern für den Fall, daß ein Magnetfeld vorhanden ist. Für die physikalische Begründung der nachstehenden Ausführungen verweisen wir auf eine Abhandlung von LORENTZ [9]. Hier findet man die nach klassischen Methoden durchgeführte Berechnung der Absorptionskoeffizienten in einem longitudinalen und in einem transversalen Magnetfeld. Wir betrachten zunächst die Ausstrahlung eines Volumenelementes bei Anwesenheit eines longitudinalen Magnetfeldes (vgl. Abb. 1). Ohne Feld ist diese:

$$I_\lambda = (\kappa_\lambda + \kappa) E dt \quad (4)$$

Betrachten wir vorläufig nur den normalen Zeeman-Effekt, also den Fall des Lorentz-Triplets. Wir wissen, daß bei Anwesenheit eines Feldes anstelle einer Spektrallinie deren zwei entstehen, die um den Betrag $\pm \Delta \lambda \dots$ ($\Delta \lambda \sim H$) gegenüber der ursprünglichen Linie verschoben sind. Außerdem sind beide Komponenten zirkular polarisiert, derart, daß bei Betrachtung gegen die Richtung des

Abb. 1. Ausstrahlung eines Volumenelementes bei longitudinalem Zeeman-Effekt.

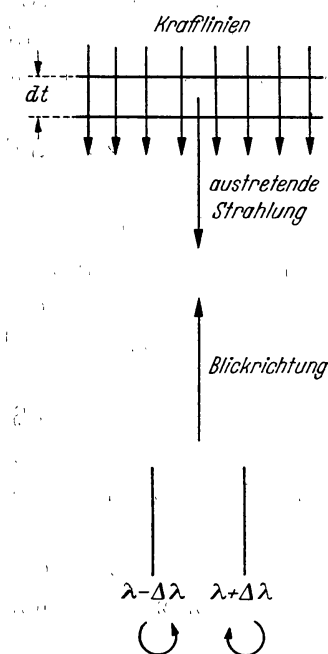
Vektors der magnetischen Feldstärke die langwellige Komponente rechts-, die kurzwellige dagegen linkszirkular polarisiert ist. Rechts und links bezieht sich auf den Drehsinn des elektrischen Vektors vom Standpunkt des Beobachters aus gesehen.

Nun wollen wir (4) durch zwei getrennte Gleichungen ersetzen, und zwar getrennt für rechts- bzw. linkszirkular polarisiertes Licht.

$$I_\lambda^r = (\kappa_\lambda^r + \kappa^r) E^r dt \quad (5a)$$

$$I_\lambda^l = (\kappa_\lambda^l + \kappa^l) E^l dt \quad (5b)$$

Die neu eingeführten Werte für den Absorptionskoeffizienten $\kappa_\lambda^{r,l}$ und $\kappa^{r,l}$ und die Planck-Funktion $E^{r,l}$ verhalten sich zu den bisherigen



Werten κ_λ , κ und E wie folgt:

$$\left. \begin{aligned} \kappa_\lambda^r &= \kappa_{\lambda - \Delta\lambda} \\ \kappa_\lambda^l &= \kappa_{\lambda + \Delta\lambda} \end{aligned} \right\} \text{ oder } \kappa_{\lambda + \Delta\lambda}^r = \kappa_{\lambda - \Delta\lambda}^l = \kappa_\lambda \quad (6)$$

$$\kappa^r = \kappa^l = \kappa \quad (7)$$

$$E^r = E^l = E/2 \quad (8)$$

Gl. (6) und alle daraus abgeleiteten gelten für den Fall, daß die Kraftlinien, wie in Abb. 1, auf den Beobachter zu gerichtet sind. Ist die magnetische Feldstärke entgegengesetzt gerichtet, dann muß man in Gl. (6) usw. „ r “ und „ l “ vertauschen.

Wir sehen also, daß die Absorptionskoeffizienten *nicht ihren Wert*, wohl aber *ihre Wellenlängenabhängigkeit* verändert haben, die Ergiebigkeiten werden jedoch halbiert. Es ist sehr wichtig, diese Tatsache klar herauszustellen, denn bei umgekehrtem Sachverhalt (E ungeändert, Absorptionskoeffizienten halbiert und in ihrer Wellenlängenabhängigkeit verändert) hätte sich ein ganz anderes Resultat ergeben.

Aus Gl. (5) bis (8) folgt jetzt:

$$I_\lambda^{rl} = (\kappa_{\lambda \mp \Delta\lambda} + \kappa) E/2 dt. \quad (9)$$

Nun können wir auch die Gl. (1) verallgemeinern:

$$I_\lambda^{rl}(0,0) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E(t)}{2} e^{-\int_{\infty}^t (\kappa_{\lambda \mp \Delta\lambda} + \kappa) dt} (\kappa_{\lambda \mp \Delta\lambda} + \kappa) dt. \quad (10)$$

Diese Gleichung gilt jetzt sowohl für konstantes, als auch für von der Höhe abhängiges Magnetfeld, so lange die Richtung der Feldlinien erhalten bleibt, es sich also um reinen Longitudinaleffekt handelt. Für nichtkonstantes Magnetfeld $H(t)$ ist jedoch zu beachten, daß dann auch $\Delta\lambda$ eine Funktion der geometrischen Tiefe t wird.

Wir können aus (10) schon wichtige Schlüsse ziehen. Aus (1) und (10) folgt für den Fall $\Delta\lambda = \text{konst.}$ (das heißt also $H = \text{konst.}$):

$$I_\lambda^{rl}(0,0) = I_{\lambda \mp \Delta\lambda}(0,0)/2. \quad (11)$$

Das Profil der beiden Komponenten hat also die gleiche Form wie das der ursprünglichen Linie $H = 0$. Sie sind nur um den Betrag $\pm \Delta\lambda$ verschoben und haben die halbe Intensität. Beobachten wir ohne Polarisationsoptik, so daß wir beide Komponenten zugleich sehen, dann ist die Gesamtäquivalentbreite durch das Magnetfeld also nicht verändert.

Obwohl Gl. (10) für unsere Zwecke ausreichend ist, so wollen wir sie doch der Vollständigkeit halber weiter verallgemeinern. Für den Beobachter, der nur am Endergebnis interessiert ist, sind die nun folgenden Ausführungen dieses Abschnittes weniger wichtig.

Für den allerdings nicht wahrscheinlichen Fall, daß der Fleck nicht im Mittelpunkt der Sonnenscheibe steht, die Feldlinien aber dennoch in Richtung des Beobachters zeigen, also immer noch ein reiner Longitudinaleffekt vorliegt, ändert sich an Gl. (10) nicht viel, lediglich dt muß durch $dt \sec \vartheta$ ersetzt werden, wobei ϑ der Winkel zwischen austretender Strahlung und der Normalen auf der Sonnenoberfläche ist.

Tabelle 1.

Komponente	Wellenlänge	Polarisation
σ_1	$\lambda - \Delta \lambda$	linear, Schwingungsebene des elektrischen Vektors senkrecht zu H
σ_2	$\lambda + \Delta \lambda$	
π	λ	linear, Schwingungsebene des elektrischen Vektors in der Ebene von H und Sehstrahl

Bei dem transversalen Effekt wird es komplizierter. In diesem Falle beobachten wir die Komponenten σ_1 , σ_2 und π (vgl. Tab. 1 und Abb. 2).

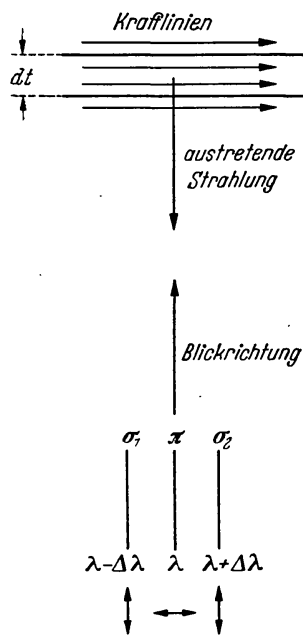


Abb. 2. Ausstrahlung eines Volumenelementes bei transversalem Zeeman-Effekt.

Auch in diesem Fall wollen wir Gl. (4), welche die Ausstrahlung eines Volumenelementes gibt, verallgemeinern. Zu diesem Zwecke ersetzen wir diese durch zwei Gleichungen, eine für die σ -Strahlung und eine für die π -Strahlung:

$$I_{\lambda}^{\sigma} = (\kappa_{\lambda}^{\sigma} + \kappa^{\sigma}) E^{\sigma} dt \tag{12}$$

$$I_{\lambda}^{\pi} = (\kappa_{\lambda}^{\pi} + \kappa^{\pi}) E^{\pi} dt \tag{13}$$

mit

$$\kappa_{\lambda}^{\sigma} = \kappa_{\lambda}^{\sigma_1} + \kappa_{\lambda}^{\sigma_2} = \frac{\kappa_{\lambda + \Delta \lambda}}{2} + \frac{\kappa_{\lambda - \Delta \lambda}}{2} \tag{14}$$

$$\kappa_{\lambda}^{\pi} = \kappa_{\lambda} \tag{15}$$

$$E^{\sigma} = E^{\pi} = E/2. \tag{16}$$

In Abb. 3 sind die Absorptionskoeffizienten in ihrer Wellenlängenabhängigkeit schematisch dargestellt. Bemerkenswert ist, daß sich der Absorptionskoeffizient $\kappa_{\lambda}^{\sigma}$ für das senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes schwingende Licht aus zwei Komponenten $\kappa_{\lambda}^{\sigma_1}$ und $\kappa_{\lambda}^{\sigma_2}$ aufbaut, die nur den halben Wert des ursprünglichen Absorptionskoeffizienten haben.

Für die Intensität der aus der Sonne austretenden Strahlung ergibt sich sodann

$$I_{\lambda}^{\pi}(0, \vartheta) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E}{2} e^{-\int_{-\infty}^t (\kappa_{\lambda} + \kappa) dt \sec \vartheta} (\kappa_{\lambda} + \kappa) dt \sec \vartheta \quad (17)$$

$$I_{\lambda}^{\sigma}(0, \vartheta) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E}{2} e^{-\int_{-\infty}^t \left(\frac{\kappa_{\lambda + \Delta \lambda} + \kappa_{\lambda - \Delta \lambda}}{2} + \kappa \right) dt \sec \vartheta} \times \\ \times \left(\frac{\kappa_{\lambda + \Delta \lambda} + \kappa_{\lambda - \Delta \lambda}}{2} + \kappa \right) dt \sec \vartheta. \quad (18)$$

Vergleichen wir wieder die sich aus diesen Gleichungen ergebende Intensität mit derjenigen ohne Magnetfeld, dann wird

$$I_{\lambda}^{\pi}(0, \vartheta) = I_{\lambda}^{H=0}(0, \vartheta)/2. \quad (19)$$

Beobachten wir mit Polarisationsoptik, so daß nur die π -Strahlung gemessen wird, dann ist die Äquivalentbreite der π -Komponente gleich

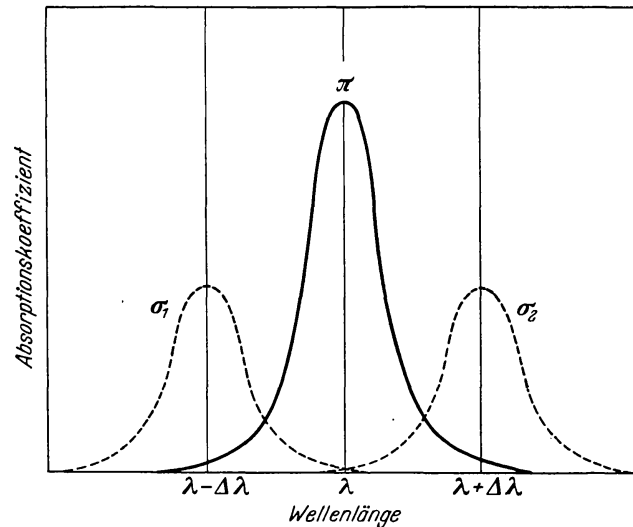


Abb. 3. Absorptionskoeffizienten bei transversalem Zeeman-Effekt (schematisch).

derjenigen der unaufgespaltenen Linie ohne Magnetfeld. Für die σ -Komponente gilt dies nicht. Bei Anwesenheit eines Magnetfeldes ist das Profil des Absorptionskoeffizienten der π -Strahlung verbreitert oder aufgespalten. Man hat deshalb weniger Selbstabsorption, die Äquivalentbreite nimmt zu. Betrachtet man also die Gesamtstrahlung in einem Wellenlängenbereich, der alle Komponenten einer Linie enthält, so muß diese polarisiert sein.

Der Allgemeinfall, bei dem der Winkel zwischen den magnetischen Feldlinien und der Beobachtungsrichtung willkürlich ist, erscheint komplizierter und wird hier nicht behandelt. Auch den Fall des anomalen

Zeeman-Effektes wollen wir nicht im einzelnen besprechen. Bei diesem können mehrere Komponenten, sowohl in σ_1 und σ_2 als auch in π , auftreten. Man findet z. B. bei JOOS [7] Formeln für die Intensitätsverhältnisse dieser Komponenten.

In diesem Zusammenhang ist es wohl richtig, die Arbeiten über Wachstumskurven von Fleckenlinien zu erwähnen. Da diese sich meistens auf Flecken in der Sonnenmitte beziehen, und wir es also mit dem longitudinalen Effekt zu tun haben, würde man im Falle des normalen Zeeman-Effektes keine Beeinflussung durch ein Magnetfeld erwarten. TEN BRUGGENCATE und VON KLÜBER [2] finden im Fleck eine Wachstumskurve, die wesentlich höher liegt als diejenige der ungestörten Sonne und deuten dies als ein magnetische Verstärkung; WARWICK [16] diskutiert dieselben Beobachtungen, schließt aber, daß es sich vielmehr um ein Turbulenzeffekt und nicht um eine magnetische Verstärkung handelt. MICHARD [11] gelingt es, seine Beobachtungen zu deuten ohne den Einfluß eines Magnetfeldes zu berücksichtigen. Auch auf eine Arbeit von BABCOCK [1] über die magnetische Intensivierung stellarer Absorptionslinien soll an dieser Stelle hingewiesen werden.

3. Feldloser Fall.

Mit den abgeleiteten Beziehungen wollen wir nun das Profil der Fe I-Linie $\lambda 6173$ im Fleckspektrum berechnen. Dazu verwenden wir das Modell eines Fleckes, wie es von WALDMEIER [15] angegeben worden ist. Ein später von MICHARD [11] gerechnetes Modell stand leider bei Beginn der Rechnungen nicht zur Verfügung. Die in Tab. 2 zusammengestellten physikalischen Daten für diese Linie entnehmen wir einer Arbeit von v. KLÜBER [8]. Die hier gegebenen Rowland-Intensitäten haben wir nach MULDER [12] in Äquivalentbreiten umgewandelt. Die Planimetrierung der Linie im Utrechter Sonnenatlas ergibt für die Äquivalentbreite im Sonnenspektrum $53 \text{ m}\text{\AA}$, die Genauigkeit der in der Tabelle angegebenen Werte ist also nicht sonderlich groß. Deshalb haben wir unsere Rechnungen sowohl für eine Äquivalentbreite von 60 als auch für eine solche von $90 \text{ m}\text{\AA}$ durchgeführt.

Tabelle 2.

Element und Wellenlänge	Äquivalentbreite in mÅ		E_1 eV	E_2 eV	E_i eV	Multipllett Bezeichnung	Zeeman- Aufspaltungstyp
	Sonne	Fleck					
Fe I 6173 · 348 Å	90	90	2.213	4.212	7.858	$a^5 P_1 - y^5 D_0$	$\frac{0(5)}{2}$

E_1 und E_2 sind unteres und oberes Anregungspotential, E_i ist das Ionisationspotential.

Da einerseits die Rechnungen sehr zeitraubend sind, andererseits aber nur eine geringe Rechengenauigkeit sinnvoll erscheint, wurde eine Vereinfachung vorgenommen. Um wenigstens einen Anhalt zu bekommen, welche Vereinfachungen zweckmäßig wären, wurde zunächst für den Fall $H = 0$ mit dem WALDMEIERSchen Modell streng gerechnet.

Um $I_\lambda(0,0)$ nach (3) bestimmen zu können, brauchen wir die Funktion $E(x_\lambda)$. Ist die Beziehung zwischen der selektiven optischen Tiefe x_λ und der mittleren kontinuierlichen optischen Tiefe $\bar{\tau}$ ¹ bekannt, dann ist auch $E(x_\lambda)$ bekannt, da

$$T = T_e \{(1 + 3\bar{\tau})/2\}^{1/4} \quad (20)$$

ist, ferner da

$$E(T) = \text{konst.}/(e^{B/\lambda T} - 1) \quad (21)$$

ist. Hierbei ist die effektive Temperatur des Fleckes $T_e = 4620^\circ$. Der Zähler in (21) ist zwar wellenlängenabhängig, im Bereich einer Fraunhofer-Linie aber als konstant zu betrachten. Da in unserer Rechnung nur die relativen Werte von $E(T)$ eingehen, so können wir diese Konstante = 1 setzen. Mit $B = 1.44 \text{ cm grad}$ und $\lambda = 6173 \text{ \AA}$ können wir (21) umformen in

$$E(T) = (10^{10131/T} - 1)^{-1}. \quad (22)$$

Es bleibt nur noch übrig die Beziehung zwischen den optischen Tiefen $\bar{\tau}$ und x_λ zu finden. Ist $\bar{\kappa}$ der mittlere kontinuierliche Absorptionskoeffizient pro Zentimeter, dann haben wir

$$\bar{\tau} = \int_{-\infty}^t \bar{\kappa} dt \quad \text{oder} \quad dt = d\bar{\tau}/\bar{\kappa}. \quad (23)$$

Mit (2) erhalten wir nunmehr

$$x_\lambda = \int_0^{\bar{\tau}} (\kappa_\lambda/\bar{\kappa} + \kappa/\bar{\kappa}) d\bar{\tau}. \quad (24)$$

WALDMEIER hat sein Modell unter der Annahme gerechnet, daß die kontinuierliche Absorption nur von H⁻-Ionen herrührt und hat den von MASSEY und BATES [10] berechneten atomaren Absorptionskoeffizienten des H⁻-Ions verwendet. Wir dürfen dann annehmen, daß $\kappa/\bar{\kappa}$ unabhängig von $\bar{\tau}$, und zwar

$$\kappa/\bar{\kappa} = 0.84 \quad (25)$$

ist.

Wir können κ_λ folgendermaßen berechnen:

$$\kappa_\lambda = k_\lambda N_{\text{H}} (N_1/N_{\text{H}}) \quad (26)$$

¹ Bei WALDMEIER [15] ist die mittlere kontinuierliche optische Tiefe mit τ bezeichnet, bei Vergleich mit dieser Arbeit achte man auf diesen Unterschied.

wobei

k_λ = atomarer Absorptionskoeffizient des Eisenatoms für den hier betrachteten Übergang,

N_1 = Anzahl der Eisenatome pro Kubikzentimeter im Ausgangszustand,

N_H = Anzahl der Wasserstoffatome pro Kubikzentimeter ist.

Bei CLAAS [3] finden wir die Formeln für N_1/N_H für alle vorkommenden Fälle. Nach CLAAS [3] haben wir

$$\frac{N_1}{N_H} = \frac{g_1 10^{-E_1 \Theta} A_{\text{Fe}}}{u^+ / \psi(T, E_i) + u} \quad (27)$$

$$\psi(T, E_i) = 1.49 \frac{P_e}{T^{5/2}} 10^{E_i \Theta} \quad (28)$$

wobei

g_1 = statistisches Gewicht des Ausgangszustandes,

$\Theta = 5040/T$,

A_{Fe} = Häufigkeit des Fe gegenüber H in Atomzahlen,

u, u^+ = Zustandsummen von Fe und Fe^+ ,

P_e = Elektronendruck

ist.

Damit können wir schreiben:

$$\begin{aligned} \frac{\kappa_\lambda}{\bar{\kappa}} &= \frac{k_\lambda N_H}{\bar{\kappa}} \frac{g_1 10^{-E_1 \Theta} A_{\text{Fe}}}{u^+ / \psi(T_1 E_i) + u} = \\ &= \frac{k_\lambda g_1 A_{\text{Fe}}}{m_H} \frac{10^{-E_1 \Theta}}{\{\bar{\kappa} / (m_H N_H)\} \{u^+ / \psi(T_1 E_i) + u\}} \end{aligned} \quad (29)$$

wobei m_H die Masse des Wasserstoffatoms ist.

Definieren wir

$$P_\lambda \equiv k_\lambda g_1 A_{\text{Fe}} / m_H \quad (30)$$

und

$$Q(\bar{\tau}) \equiv \frac{10^{-E_1 \Theta}}{\{\bar{\kappa} / (m_H N_H)\} \{u^+ / \psi(T_1 E_i) + u\}} \quad (31)$$

dann folgt aus (29)

$$\kappa_\lambda / \bar{\kappa} = P_\lambda Q(\bar{\tau}). \quad (32)$$

Wenn k_λ unabhängig von $\bar{\tau}$ ist, so ist P_λ nur eine Funktion der Wellenlänge. Für ein gegebenes Modell und einen bestimmten Übergang ist $Q(\bar{\tau})$ nur eine Funktion von $\bar{\tau}$. Die Unterlagen zur Berechnung von $Q(\bar{\tau})$ finden wir bei WALDMEIER [15]. Beim Vergleich mit WALDMEIER achte man jedoch darauf, daß bei uns der Absorptionskoeffizient pro Zentimeter, bei WALDMEIER dagegen pro Gramm/Quadratmeter gilt. Ist ρ die Dichte der Sonnenmaterie, dann ist, da diese praktisch nur aus

Wasserstoff besteht, $\bar{\kappa}_{\text{WALDMEIER}} = \bar{\kappa}/\varrho = \bar{\kappa}/(m_{\text{H}} N_{\text{H}})$. Die Zustandssummen sind bei CLAAS tabelliert. Die hier in Frage kommende Extrapolation zu niedrigeren Temperaturen wurde graphisch durchgeführt.

Die Gl. (24), (25) und (32) geben jetzt:

$$x_{\lambda} = 0.84 \bar{\tau} + \int_0^{\bar{\tau}} P_{\lambda} Q(\bar{\tau}) d\bar{\tau}. \quad (33)$$

Mit Hilfe von Gl. (33), (20), (22) und (3) ist jetzt das Linienprofil berechenbar. Im allgemeinen ist der atomare Absorptionskoeffizient k_{λ} eine Funktion von $\bar{\tau}$; zwar ist $\int k_{\lambda} d\lambda$ nur abhängig von der Oszillatorenstärke des betrachteten Überganges und damit unabhängig von $\bar{\tau}$, die Wellenlängenabhängigkeit aber von k_{λ} ist durch Dopplerverbreiterung und Dämpfung bestimmt, die beide von $\bar{\tau}$ abhängig sind. Trotzdem wollen wir der Einfachheit halber annehmen, daß k_{λ} und damit auch P_{λ} unabhängig von $\bar{\tau}$ ist, dann haben wir

$$x_{\lambda} = 0.84 \bar{\tau} + P_{\lambda} \int_0^{\bar{\tau}} Q(\bar{\tau}) d\tau. \quad (34)$$

Jetzt ist es möglich, $I_{\lambda}(0,0)$ als Funktion von P_{λ} zu berechnen. Das Ergebnis dieser Rechnung ist in Abb. 4 dargestellt.

4. Feldloser Fall, vereinfachte Rechenmethode.

Die schon genannte Vereinfachung besteht nun darin, daß wir die Beziehung zwischen der Ergiebigkeit E und der optischen Tiefe $\bar{\tau}$ durch eine Stufenfunktion annähern. Man könnte auch sagen, wir nähern die Temperatur durch eine Treppenfunktion an, aber das ist nur insofern richtig, als die Temperatur die Ergiebigkeit bestimmt. Die Funktion dagegen, mit der sich die relative Anzahl der Eisenatome $N_{\text{I}}/N_{\text{H}}$ mit der Tiefe ändert, wird, obwohl auch von der Temperatur (und dem Elektronendruck) abhängig, streng berücksichtigt. Formal ausgedrückt bedeutet dies, daß wir $I_{\lambda}(0,0)$ wieder nach (3) berechnen, jetzt aber mit

$$\left. \begin{aligned} E &= E_0 \text{ für } 0 < \bar{\tau} < \bar{\tau}_1, \\ E &= E_1 \text{ ,, } \bar{\tau}_1 < \bar{\tau} < \bar{\tau}_2, \\ E &= E_2 \text{ ,, } \bar{\tau}_2 < \bar{\tau}. \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Die Beziehung zwischen x_{λ} und $\bar{\tau}$ wird jetzt wieder gegeben durch (33). Wenn die zu $\bar{\tau}_1$ und $\bar{\tau}_2$ gehörigen Werte von x_{λ} bzw. $x_{1\lambda}$ und $x_{2\lambda}$ sind, können wir schreiben

$$\begin{aligned} I_{\lambda}(0,0) &= \int_0^{x_{1\lambda}} E_0 e^{-x_{\lambda}} dx_{\lambda} + \int_{x_{1\lambda}}^{x_{2\lambda}} E_1 e^{-x_{\lambda}} dx_{\lambda} + \int_{x_{2\lambda}}^{\infty} E_2 e^{-x_{\lambda}} dx_{\lambda} = \\ &= E_0 + (E_1 - E_0) e^{-x_{1\lambda}} + (E_2 - E_1) e^{-x_{2\lambda}}. \end{aligned} \quad (36)$$

Ersetzen wir jetzt für diejenigen Größen, die sich auf eine Wellenlänge außerhalb der Linie beziehen, λ durch k (kont.), dann haben wir, da k_k und also auch $P_k = 0$ sind, wegen (33) und (36)

$$I_k(0,0) = E_0 + (E_1 - E_0) e^{-0.84\bar{\tau}_1} + (E_2 - E_1) e^{-0.84\bar{\tau}_2} \quad (37)$$

und damit auch

$$\frac{I_\lambda(0,0)}{I_k(0,0)} = \frac{1 + (E_1/E_0 - 1) e^{-x_{1\lambda}} + (E_2/E_0 - E_1/E_0) e^{-x_{2\lambda}}}{1 + (E_1/E_0 - 1) e^{-0.84\bar{\tau}_1} + (E_2/E_0 - E_1/E_0) e^{-0.84\bar{\tau}_2}} \quad (38)$$

Die Größen $\bar{\tau}_1$, $\bar{\tau}_2$, $(E_1/E_0 - 1)$ und $(E_2/E_0 - E_1/E_0)$, können wir so wählen, daß die Beziehung zwischen $I_\lambda(0,0)/I_k(0,0)$ und P_λ , nach den Gl. (34)

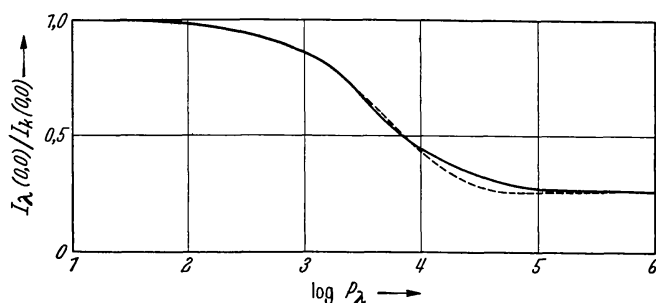


Abb. 4. Beziehung zwischen der auf Kontinuum bezogenen Intensität in der Linie $I_\lambda(0,0)/I_k(0,0)$ und P_λ : — nach dem WALDMEIERSCHEN Modell streng gerechnet; ----- vereinfacht gerechnet.

und (38) gerechnet, in Übereinstimmung mit der streng gerechneten Beziehung kommt. Eine befriedigende Übereinstimmung (vgl. Abb. 4) finden wir mit den Werten

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_1 &= 0.335 \\ \bar{\tau}_2 &= 2.4 \\ E_1/E_0 - 1 &= 2.24 \\ E_2/E_0 - E_1/E_0 &= 8.09 \end{aligned}$$

die durch Probieren gefunden wurden. Substituieren wir diese in (38), dann erhalten wir

$$I_\lambda(0,0)/I_k(0,0) = 0.266 + 0.594 e^{-x_{1\lambda}} + 2.15 e^{-x_{2\lambda}} \quad (39)$$

Mit (39) und (33) werden wir nun unsere Profile berechnen. Unsere Vereinfachung ist also so gewählt, daß sie für den Fall, daß k_λ unabhängig von der Tiefe ist, praktisch richtige Ergebnisse liefert. Wir nehmen an, daß sie für den allgemeinen Fall, wo k_λ auch von der Tiefe abhängig ist, wenigstens angenähert richtige Werte ergibt.

Bis jetzt brauchten wir den absoluten Wert von k_λ und seine Wellenlängenabhängigkeit noch nicht, da wir zunächst nur die Abhängigkeit der Größe $I_\lambda(0,0)$ von P_λ untersucht haben und nicht deren Abhängigkeit von λ . Diesen Schritt wollen wir jetzt machen. Nehmen wir an, daß die Dopplerverbreiterung und die Dämpfung unabhängig von der

Tiefe sind, dann ist auch k_λ unabhängig von der Tiefe. Mit Hilfe der Tabellen von VAN DE HULST und REESINCK [6] oder von HJERTING [4] kann dann für vorgegebene Dopplerverbreiterung und Dämpfung k_λ/k_0 bestimmt werden. k_0 ist der Wert von k_λ im Linienzentrum. Wollten wir k_λ in seinem Absolutwert bestimmen, dann brauchten wir dazu die Oszillatorenstärke des betreffenden Überganges¹. Dies ist aber nicht nötig, denn (30) läßt sich auch in folgender Form schreiben:

$$P_\lambda = \frac{k_\lambda}{k_0} \left(\frac{k_0 g_1 A_{Fe}}{m_H} \right). \quad (40)$$

Die Größe des Ausdruckes in Klammern können wir so wählen, daß die damit berechnete Linie eine Äquivalentbreite erhält, die mit der jeweils beobachteten übereinstimmt.

Bei der Berechnung von k_λ/k_0 haben wir angenommen, daß

$$\begin{aligned} T &= 5000^\circ \text{ K}, \\ \xi_t^2 &= 1.35 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec}, \\ \gamma &= 10^9 \text{ sec}^{-1}, \end{aligned}$$

ist.

ξ_t^2 ist die mittlere quadratische Geschwindigkeit der vertikalen turbulenten Bewegungen. CLAAS [3] (S. 32) gibt für die Photosphäre einen

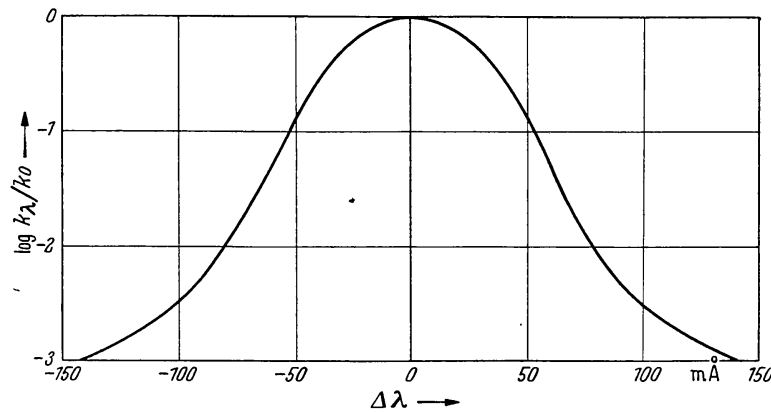


Abb. 5. Wellenlängenabhängigkeit des Linienabsorptionskoeffizienten.

etwas größeren Wert. Unter der Annahme, daß einer niedrigeren Temperatur auch eine geringere Turbulenz entsprechen wird, haben wir diesen Wert ein wenig erniedrigt. Der angenommene Wert der Dämpfungskonstanten ist ein für das Sonnenspektrum gefundener Mittelwert. Es erübrigt sich fast, darauf hinzuweisen, daß alle diese Werte sehr unsicher sind. Mit dem von VAN DE HULST und REESINCK angegebenen Verfahren finden wir für β_1/h , welche Größe die Form des Profiles bestimmt, 0.017 und eine ganze Halbwertsbreite von $h = 59 \text{ mÅ}$. In Abb. 5

¹ Beim Vergleich mit HJERTING achte man darauf, daß HJERTINGS κ_0 eine andere Bedeutung hat als unser k_0 .

ist das gefundene Profil dargestellt. Mit Hilfe der Tabelle von HJERTING [4] wurden die Werte von VAN DE HULST und REESINCK etwas

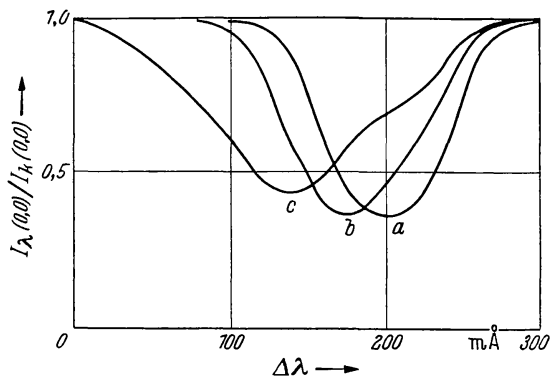


Abb. 6 a—c. Linienprofile im zirkular polarisierten Licht, Longitudinaleffekt, $\log k_0 g_1 A_{\text{Fe}}/m_{\text{H}} = 4.2$. *a* Homogenes Feld $H = 4460$ Gauß, Äquivalentbreite 60 mÅ. *b* Feldverteilung nach Tab. 3 mit einem Gradienten von 2.23 Gauß/km, Äquivalentbreite 64 mÅ. *c* Feldverteilung nach Tab. 3 mit einem Gradienten von 6.70 Gauß/km, Äquivalentbreite 76 mÅ.

auf tretenden Zeeman-Aufspaltung. Die Beziehung zwischen dieser und der magnetischen Feldstärke ist

$$\Delta \lambda = 4.70 \cdot 10^{-13} \cdot g \lambda^2 \cdot H \quad (41)$$

(λ in Å, H in Gauß gemessen).

$\Delta \lambda$ ist die Wellenlängendifferenz zwischen der verschobenen Komponente und der unverschobenen Linie ohne Magnetfeld.

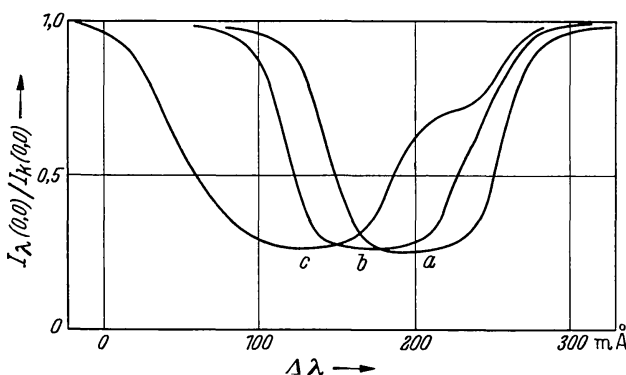


Abb. 7 a—c. Linienprofile im zirkular polarisierten Licht, Longitudinaleffekt, $\log k_0 g_1 A_{\text{Fe}}/m_{\text{H}} = 4.8$. *a* Homogenes Feld $H = 4460$ Gauß, Äquivalentbreite 94 mÅ. *b* Feldverteilung nach Tab. 3 mit einem Gradienten von 2.23 Gauß/km, Äquivalentbreite 99 mÅ. *c* Feldverteilung nach Tab. 3 mit einem Gradienten von 6.70 Gauß/km, Äquivalentbreite 130 mÅ.

zeigt, haben wir in diesem Falle bei Anwesenheit eines homogenen Magnetfeldes eine Aufspaltung in drei, oder beim reinen Longitudinal-

erweitert und darüber hinaus haben wir unter Annahme reiner Dämpfung bis in die Linienflügel extra poliert. In Abb. 6 a und 7 a sind die Linienprofile dargestellt, wie sie mit

$\log k_0 g_1 A_{\text{Fe}}/m_{\text{H}} = 4.2$ und $= 4.8$ berechnet wurden. Die Äquivalentbreiten dieser Profile sind 60 bzw. 94 mÅ.

5. Profile bei inhomogenem Feld.

Betrachten wir nun den Einfluß eines Magnetfeldes auf das Linienprofil. An erster Stelle brauchen wir dazu die Größe der

Für die Linie Fe I $\lambda 6173$ ist der LANDÉSche Aufspaltungsfaktor $g = 5/2$, damit haben wir

$$\Delta \lambda = 4.48 \cdot 10^{-5} H. \quad (42)$$

Die von uns betrachtete Linie ergibt ein Triplett und der auftretende Zeeman-Effekt kann als normaler Zeeman-Effekt behandelt werden (nur in der Größe der Aufspaltung unterscheidet er sich um den Faktor $g = 5/2$ vom normalen Zeeman-Effekt). Wie schon ge-

effekt in zwei Komponenten, die die gleiche Form wie die ursprüngliche Linie haben.

Ist das Feld aber nicht homogen, dann sind die Profile der Absorptionskoeffizienten in verschiedenen Tiefen gegeneinander verschoben. Die Folgen davon sind:

1. Eine Verbreiterung der Komponenten.
2. Als Folge von 1 eine Steigerung der Intensität der Komponenten.
3. Da die beiden Flügel einer Komponenten in verschiedenen Tiefen entstehen, eine Asymmetrie.

Nun wollen wir versuchen, die Profile der Komponenten bei inhomogenem Feld zu berechnen, um zu sehen, ob diese Effekte der Beobachtung zugänglich sein können. Wie schon im Anfang gesagt, beschränken wir uns auf den Fall des reinen Longitudinaleffektes in der Mitte der Sonnenscheibe.

Vergleichen wir die Gl. (1) und (10), dann sehen wir, daß wir das Profil einer Komponente genau so berechnen können wie das Profil der ungestörten Linie, nur müssen wir das Profil des Absorptionskoeffizienten in jeder Tiefe um einen Betrag verschieben, welcher der Feldstärke in dieser Tiefe entspricht. Verzichten wir dann auf den uninteressanten Faktor $1/2$, dann können wir das Profil der Komponenten mit Hilfe der Gl. (40), (33) und (39) berechnen. Dabei sind gewisse Annahmen über die Tiefenabhängigkeit des Feldes nötig. Diese ist von HOUTGAST und VAN SLUITERS [5] und später von MICHARD [11] untersucht worden. Nach diesen Untersuchungen scheint die Feldstärke eine nahezu lineare Funktion der geometrischen Tiefe zu sein. Für den Wert des Feldgradienten finden HOUTGAST und VAN SLUITERS je nach der verwendeten Methode Werte von 0.5, 2.5 bzw. 5.7 Gauß/km, während MICHARD 1.5 Gauß/km erhält.

Es wurden Profile gerechnet für 2 verschiedene Gradienten, nämlich 2.23 und 6.70 Gauß/km. Die diesen Werten entsprechenden Verschiebungen des Profils des Absorptionskoeffizienten betragen 10^{-4} bzw. $3 \cdot 10^{-4}$ Å/km. Bei WALDMEIER [15] finden wir die Beziehung zwischen optischer und geometrischer Tiefe. Als Beispiel nehmen wir zwei verschiedene Feldverteilungen an, wie sie in Sonnenflecken auftreten können:

$$H = 4460 - 2.23 t \quad (43)$$

und

$$H = 4460 - 6.70 t \quad (44)$$

(H in Gauß, t in Kilometer gemessen).

Dabei kommt es im wesentlichen nur auf den Feldgradienten an. Der Betrag von $H_0 = 4460$ Gauß, obwohl ein wenig groß, wurde gewählt, weil dann die Verschiebung

$$\Delta \lambda = 200 - 0.1 t \text{ mÅ} \quad (45)$$

$$\Delta \lambda = 200 - 0.3 t \text{ mÅ} \quad (46)$$

besonders einfache Werte annimmt (vgl. Tab. 3).

Tabelle 3.

$\bar{\tau}$	t (km)	2.23 Gauß/km		6.70 Gauß/km	
		H (Gauß)	$\Delta \lambda$ (mÅ)	H (Gauß)	$\Delta \lambda$ (mÅ)
0—0.01		3460	155	1440	65
0.01	—400	3570	160	1780	80
0.1	—260	3880	174	2720	122
0.5	—140	4150	186	3520	158
1.0	—70	4300	193	3990	179
2.0	+ 10	4480	201	4530	203
2.4	+ 40	4550	204	4730	212

Für andere Werte von H_0 ändert sich lediglich die Aufspaltung der Komponenten, während ihr Profil erhalten bleibt, weil die Form der

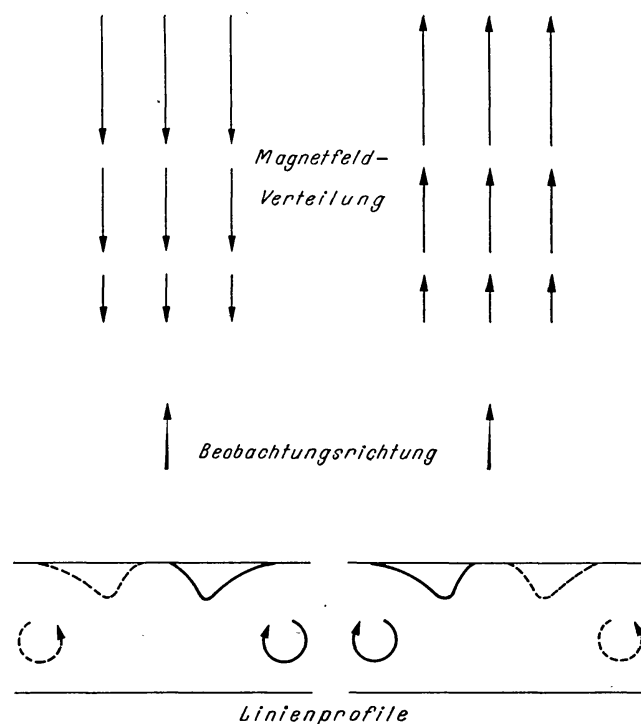


Abb. 8. Schematische Darstellung der ohne Polarisationsoptik beobachteten aufgespaltenen Fraunhofer-Linien.

Komponenten durch den Feldgradienten allein bestimmt ist. Die Berechnungen führen wir wieder unter der Annahme durch, daß $\log k_0 g_1 A_{\text{Fe}/\text{mH}} = 4.2$ und $= 4.8$ ist. Die gefundenen Profile sind in Abb. 6 und 7 dargestellt. Vor allem müssen wir nochmals darauf hinweisen, daß diese Profile nur diejenigen der zirkular polarisierenden Komponenten sind, und zwar für den Fall, daß das Feld nach außen gerichtet ist, der rechtszirkularen, im entgegengesetzten Fall der linkszirkular polarisierten

Komponenten. Die ganze Fraunhoferlinie, wie wir sie ohne Polarisationsoptik beobachten, ist also stets aus zwei dieser Komponenten zusammengesetzt (vgl. Abb. 8).

6. Diskussion der Ergebnisse.

Es ist schwierig, Aussagen über die Genauigkeit der hier bestimmten Profile zu machen. Wahrscheinlich dürfen wir nicht viel mehr erwarten, als daß die Größenordnung der gefundenen Effekte richtig ist. Die eigenartige Welle in einigen der Profile scheint uns nur eine Folge des vereinfachten Rechenverfahrens mit einer in ihrer Tiefenabhängigkeit diskontinuierlichen Planck-Funktion zu sein. Andererseits fehlen in so mancher Hinsicht genaue Unterlagen, so daß es wenig Sinn hat, genauer zu rechnen. So kann das WALDMEIERSche Modell nur als eine erste Näherung betrachtet werden, Turbulenz und Stöße, die die Doppler-Verbreiterung, bzw. die Dämpfung weitgehend beeinflussen, sind nur ungenau bekannt; auch ist es möglich, daß bei der Entstehung der Linie die Streuung eine wichtige Rolle spielt.

Da es infolge der Luftunruhe sehr schwierig ist, von sehr kleinen Gebieten auf der Sonne ein reines Spektrum zu erhalten, müssen wir bei der Deutung der Beobachtungen vorsichtig sein. SCHWARZSCHILD und RICHARDSON [13] gelang es unter extrem günstigen Beobachtungsbedingungen, ein Auflösungsvermögen von 1'' auf der Sonnenscheibe zu erreichen, während man im allgemeinen bei spektrographischen Arbeiten mit der Auflösung nur wenig unter 5'' kommen wird. Dies entspricht einer linearen Ausdehnung von etwa 4000 km und stellt schon einen großen Teil des Umbradurchmessers dar. Es ist also nicht anzunehmen, daß dieses Gebiet im Aufbau und im Magnetfeld als homogen zu betrachten ist. Würde die Umbra eine Granulationsstruktur zeigen, dann sollte, da das Magnetfeld in der Materie eingefroren ist, auch dieses eine granulare Struktur besitzen. In einem solchen Fall trifft die Idealisierung durch ein reines Longitudinalfeld nicht mehr zu.

Auf den Einfluß von laminaren Strömungen muß noch hingewiesen werden. Der Evershed-Effekt läßt auf horizontale Strömungen in der Penumbra schließen. Aus Gründen der Kontinuität müssen dann aber Vertikalströmungen in der Umbra auftreten. Wenn diese Vertikalströmungen nicht in allen Tiefen gleichmäßig erfolgen, dann wirken sie sich infolge des Doppler-Effektes in ganz ähnlicher Weise wie ein magnetischer Feldgradient auf die Struktur der Linien aus. Ein Geschwindigkeitsgradient von 1 km/sec pro 200 km Höhendifferenz entspricht einem Feldstärkegradient von 2.23 Gauß/km. Es ist aber möglich, beide Effekte voneinander zu trennen, da ein Strömungsgradient sich auf beide Komponenten gleichmäßig, ein Feldgradient dagegen entgegengesetzt auswirkt. Ferner kann ein Strömungsgradient unabhängig von Feldstärke-

gradienten nachgewiesen werden an Fraunhofer-Linien, die gegen Zeeman-Effekt unempfindlich sind. Eine Zusammenstellung solcher Linien findet man bei v. KLÜBER [8].

Wie aus den Abbildungen hervorgeht, treten die erwarteten Effekte tatsächlich auf, nämlich Verbreiterung, Verstärkung und Asymmetrie.

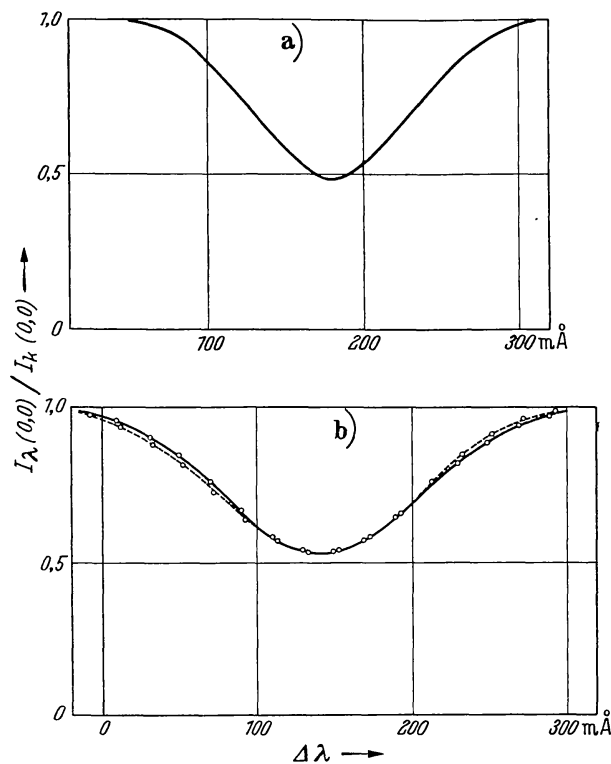


Abb. 9 a u. b. Mit rechteckiger Apparatefunktion verzerrte Profile der Abb. 6 b und c. $\log k_0 g_1 A_{Fe}/m_H = 4.2$. a Feldgradient 2.23 Gauß/km. b Feldgradient 6.70 Gauß/km. Um die Asymmetrien hervortreten zu lassen, sind die Spiegelbilder gestrichelt eingetragen.

Über die Verbreiterung und Verstärkung kann seitens der Beobachtung nicht viel ausgesagt werden. Selbst bei Abwesenheit eines Magnetfeldes hängt die Form der Linie noch weitgehend von der Temperaturschichtung im Fleck ab, die in jedem Einzelfall verschieden sein kann. Es ist daher nicht möglich, die Form der Linie in einem großen Fleck mit großem Gradienten mit der Linienform in einem kleineren Fleck mit wahrscheinlich kleinerem Gradienten zu vergleichen. Andererseits wäre eine Vergrößerung der Äquivalentbreite oder Verstärkung verhältnismäßig einfach zu beobachten, da hierzu nur geringes Auflösungsvermögen und keine Polarisationsoptik erforderlich ist.

Betrachten wir die Asymmetrie. Die dargestellten Profile lassen erwarten, daß die Asymmetrie mit Hilfe von Interferenzspektroskopie und lichtelektrischer Photometrie nachweisbar sein müßte. Um beurteilen zu können, wie weit man mit einfachen Mitteln kommt, nehmen wir der Einfachheit halber als Beispiel die Beobachtung durch ein Gerät mit einer rechteckigen Apparatefunktion von 100 mÅ Breite an. Das entspricht einem Auflösungsvermögen von ungefähr 60000. Die berechneten Profile haben wir mit dieser Apparatefunktion verzerrt. Betrachten wir die Abb. 9 und 10, wo diese verzerrten Profile zusammen mit ihren Spiegelbildern — um nämlich die Asymmetrie deutlicher zu zeigen — wiedergegeben sind. Die auftretenden Effekte liegen im allgemeinen unter der Schwelle der photographischen Photometrie,

sollten jedoch lichtelektrisch noch verhältnismäßig leicht nachweisbar sein.

Es erscheint daher zweckmäßig, nach diesem Effekt zu suchen, da für die verschiedenen Linien des Fleckspektrums dieser Effekt nicht gleich groß ist und vielleicht auch Linien mit größerer Asymmetrie existieren könnten. Da die beiden entgegengesetzt zirkular polarisierten Komponenten entgegengesetzte Asymmetrie zeigen, so ist auch eine

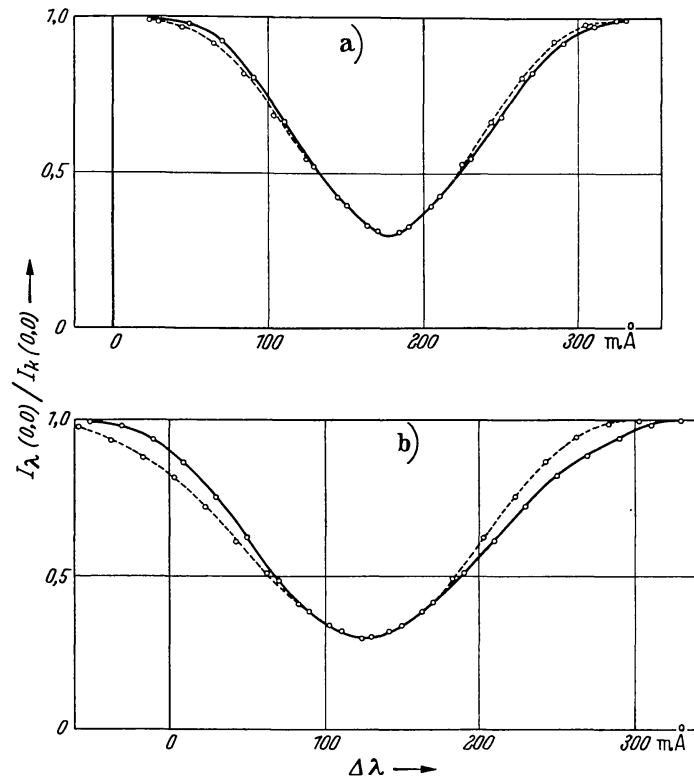


Abb. 10 a u. b. Mit rechteckiger Apparatefunktion verzerrte Profile der Abb. 7b u. c. $\log k_0 g_1 \times \Delta F_0/mH = 4.8$. a Feldgradient 2.23 Gauß/km. b Feldgradient 6.70 Gauß/km. Um die Asymmetrien hervortreten zu lassen, sind die Spiegelbilder gestrichelt eingetragen.

evtl. vorhandene asymmetrische Apparatefunktion nicht schädlich. Bei der einen Komponenten wird dann die Asymmetrie vergrößert, bei der andern dagegen verkleinert.

Schließlich wollen wir den Abb. 6 und 7 noch entnehmen, welche Bedeutung eine aus einer maximalen Einsenkung abgeleitete Feldstärke hat. Die maximale Einsenkung der Profile 6b und 7b (Gradient = 2,23 Gauß/km) liegt bei $\Delta \lambda = 175$ mÅ und der Profile 6c und 7c (Gradient $t = 6.70$ Gauß/km) bei $\Delta \lambda = 133$ mÅ. Diese Aufspaltungen entsprechen nach Gl. (45) und (46) geometrische Tiefen von 250 bzw. 223 km, oder nach Tab. 3 optische Tiefen 0.1 bzw. 0.16. Man sieht also, daß die effektive Tiefe des Magnetfeldes ein wenig von dem

Feldgradienten abhängig ist. Die genaue Deutung einer beobachteten Zeeman-Aufspaltung setzt daher die Kenntnis des Feldgradienten voraus.

Herrn Prof. KIEPENHEUER, der diese Arbeit anregte, danke ich herzlich für die mir gebotene Gelegenheit, in seinem Institut zu arbeiten, für sein dauerndes Interesse und viele wertvolle Diskussionen. Herrn Prof. MINNAERT bin ich zu Dank verpflichtet für die Entlastung von Arbeiten an der Utrechter Sternwarte während eines Jahres und für seine kritischen Bemerkungen nach Durchsicht des Manuskriptes. Herrn Prof. HÖNL danke ich für eine lehrreiche Diskussion, desgleichen Herrn Dr. BEHR für seine Hilfe bei der Abfassung des deutschen Textes.

Literatur.

- [1] BABCOCK, H. W.: *Astrophysic. J.* **110**, 126 (1949). — [2] TEN BRUGGEN-CATE, P., u. H. v. KLÜBER: *Z. Astrophysik* **18**, 284 (1939). — [3] CLAAS, W. J.: Diss. Utrecht 1951 = *Rech. Astr. Obs. Utrecht* **12**, Part 1 (1951). — [4] HJERTING, F.: *Astrophysic. J.* **88**, 508 (1938). — [5] HOUTGAST, J., and A. VAN SLUITERS: *Bull. Astr. Netherlands* **10**, 325 (1948). — [6] v. D. HULST, H. C., and J. J. M. REESINCK: *Astrophysic. J.* **106**, 121 (1947). — [7] Joos, H.: *Handbuch der Experimentalphysik*, Bd. 22, 321. Leipzig 1929. — [8] v. KLÜBER, H.: *Z. Astrophysik* **24**, 121 (1947) = *Mitt. Potsdam Nr. 19*; *FIAT Review (Dtsch. Ausg.)* **20**, 208 (1948). — [9] LORENTZ, H. A.: *Rapport présenté au congrès international de Physique à Paris. Paris 1900 = Collected Papers* **7**, 35 (1934). — [10] MASSEY, H. S. W., and D. R. BATES: *Astrophysic. J.* **91**, 202 (1940). — [11] MICHARD, R.: *Ann. d'Astrophysique* **16**, 217 (1953). — [12] MULDER, H. F. W.: Diss. Utrecht 1934. — [13] SCHWARZSCHILD, M., and R. S. RICHARDSON: *Astrophysic. J.* **111**, 351 (1950). — [14] UNSÖLD, A.: *Physik der Sternatmosphären*, S. 228. Berlin 1938. — [15] WALDMEIER, M.: *Helvet. phys. Acta* **15**, 405 (1942). — [16] WARWICK, J. W.: *Astronomical J.* **58**, 48 (1953).

Dr. H. HUBENET, Sterrewacht „Sonnenborgh“, Zonnenburg 2, Utrecht (Holland)