

# Quantitative Spektralanalyse der Sonnenatmosphäre.

Von  
A. UNSÖLD in Kiel.

Mit 2 Abbildungen.

(Eingegangen am 1. November 1946.)

Es wird versucht, die Genauigkeit der quantitativen Analyse der Sonnenatmosphäre wesentlich zu verbessern. Eingehend diskutiert werden: Turbulenz, Dämpfungskonstanten, Wellenlängenabhängigkeit der effektiven Schichtdicke und besonders die rechnerische und experimentelle Ermittlung von  $f$ -Werten. Aus den Gesamtabsorptionsmessungen von ALLEN u. a. werden zunächst die  $\log N_{r,s} \cdot H$  (Anzahl der Atome im Quantenzustand  $s$  der  $r$ -ten Ionisationsstufe über  $1 \text{ cm}^2$  der Sonnenoberfläche) bestimmt (Tab. 1). Durch Vergleich verschiedener Anregungs- und Ionisationsstufen je desselben Elementes erhält man das mittlere Ionisationsniveau  $\bar{\chi} = 8,33$  Volt sowie die Mittelwerte von  $\Theta = \frac{5040}{T} = 0,888$  bzw.  $T = 5675^\circ$  und  $\log P_e = 1,51$  (Bar). Abweichungen vom thermischen Gleichgewicht sind in *den* Schichten, welche das Spektrum der  $\odot$ -Mitte bestimmen, über ein Intervall von 12 Volt in den Ionisierungs- plus Anregungsspannungen *nicht* zu erkennen. Eine Säule von  $1 \text{ cm}^2$  Querschnitt enthält insgesamt  $\log NH = 24,47$  Atome und Ionen sowie  $\log n_e H = 20,72$  Elektronen. 85% der freien Elektronen stammen von den Elementen Mg, Si und Fe. Die Masse dieser  $\text{cm}^2$ -Säule beträgt 7,4 Gramm. An ihrem Fuß herrscht ein Druck von  $\log P_g = 5,31$  oder  $P_g = 0,2$  Atmosphären. Hierzu berechnet man mit dem bekannten mittleren Ionisationsgrad einen Elektronendruck  $\log P_e' = 1,56$ , was zu dem nach der SAHASCHEN Gleichung erhaltenen *mittleren* Elektronendruck  $\log P_e = 1,51$  gut paßt. Unsere rein empirisch bestimmten mittleren Zustandsgrößen passen auch gut zu dem Modell der Sonnenatmosphäre von M. RUDKJØBING. Die vom *Verf.* bestimmte chemische Zusammensetzung der Sonne (zu der B. STRÖMGRENS Werte insbesondere für Wasserstoff eine willkommene Ergänzung und Kontrolle geben) stimmt mit der für den B0-Stern  $\tau$  *Scorpii* erhaltenen hinsichtlich der in beiden erfaßbaren Elemente H, C, N, O, Mg, Al, Si ausgezeichnet überein. Die größten  $\Delta \log NH$  sind 0,29; ihr quadratischer Mittelwert 0,18; also weniger als die (geschätzte) Fehlergrenze von  $\sim \pm 0,3$ . Ebenso ergibt sich — bis auf die atmosphilen Elemente — ausgezeichnete Übereinstimmung mit den Meteoriten-Untersuchungen nach GOLDSCHMIDT und NODDACK. Wo zwischen unserer Analyse und der älteren von RUSSELL größere Differenzen auftreten, schließen sich die Meteoritenanalysen fast immer der unseren erheblich besser an. Die in Fig. 2 und 3 graphisch dargestellte kosmische Häufigkeitsverteilung der Elemente nach Anzahl  $\log NH$  bzw. Masse  $\log NH\mu$  dürfte zum mindesten für alle Hauptsequenzsterne repräsentativ sein. Über die Zusammensetzung der Giganten und Übertiganten sind unsere Kenntnisse noch höchst mangelhaft. Wie der Vergleich von Sonne und Meteoriten bzw. Erde zeigt, haben sich bei der Entstehung der Erde seinerzeit nur 0,58% von der Masse der Urmaterie kondensiert.

## 1. Einleitung.

Die Ermittlung der chemischen Zusammensetzung der Sterne bildet auch heute noch eines der wichtigsten Probleme der Astrophysik. Ob wir durch Modell-Berechnungen Einblick in die Struktur der Sternatmosphären oder genauere Kenntnis des inneren Aufbaues und der Energieerzeugung der Sterne erstreben, ob wir an die Häufigkeitsverteilung der Elemente kosmologische oder geophysikalische Betrachtungen knüpfen wollen, stets müssen wir eine zuverlässige und genaue Bearbeitung unseres Grundproblems als Ausgangspunkt wählen.

Auf die grundlegenden Arbeiten von C. H. PAYNE (1925), A. UNSÖLD (1928), H. N. RUSSELL (1929) u. a. brauchen wir hier nicht mehr zurückzukommen, nachdem Verf.<sup>1</sup> 1938 die damit zusammenhängenden prinzipiellen Fragen zusammenfassend diskutiert hat. Wir wollen vielmehr die letztere Darstellung als bekannt voraussetzen und unter Hinzuziehung der bei der quantitativen Analyse des B0-Sternes  $\tau$  Scorpii<sup>1a</sup> gewonnenen Erfahrungen sogleich medias in res vorstoßen.

## 2. Zur Methodik der quantitativen Spektralanalyse.

## a) Messungen der Gesamtabsorption von Fraunhoferlinien im Sonnenspektrum.

Als Ausgangspunkt unserer Untersuchung benutzen wir in erster Linie die Gesamtabsorptionsmessungen von C. W. ALLEN<sup>2</sup>. Gelegentlich wurden auch die Beobachtungen von G. F. W. MULDER<sup>3</sup> sowie M. MINNAERT und J. H. BANNIER<sup>4</sup> herangezogen. Einige Linien, die in diesen Katalogen fehlen, wurden auf dem *Utrechter Atlas*<sup>5</sup> ausplanimetriert. Sämtliche Messungen beziehen sich auf die *Mitte der Sonnenscheibe*.

Trotz der erfreulichen Ausdehnung und Genauigkeit dieses Beobachtungsmaterials mögen hier einige Wünsche vermerkt werden, die sich im Laufe unserer weiteren Arbeit ergaben: 1. Angesichts der Wichtigkeit der schwachen Linien auf dem linearen Ast der Wachstumskurve, deren Interpretation keine Kenntnis der Dämpfungskonstante erfordert (s. u.), wäre es erstrebenswert, das spektrale *Auflösungsvermögen* noch weiter

<sup>1</sup> UNSÖLD, A.: Physik der Sternatmosphären (Abschn. 88), Berlin 1938. Dort Zusammenstellung der älteren Literatur.

<sup>1a</sup> UNSÖLD, A.: Z. Astrophysik **21**, 1, 22 u. 229, (1941/42); ebd. **23**, 75 (1944).

<sup>2</sup> ALLEN, C. W.: Mem. Commonwealth Solar Obs. Nr. 5 (Teil 1 u. 2), 1934 ( $\lambda$  4036–6600); ebd. Nr. 6, 1938 ( $\lambda$  3924–4300); M. N. **96**, 843 (1936) ( $\lambda$  6600–8900) Astrophysic. J. **85**, 165; 1937 (einzelne Bezirke  $\lambda$  6122–7788); ebd. **88**, 125 (1938) ( $\lambda$  8800–11830).

<sup>3</sup> MULDER, G. F. W.: Dissertation Utrecht; 1934.

<sup>4</sup> MINNAERT M., u. J. H. BANNIER, Z. Astrophysik **11**, 392 (1936).

<sup>5</sup> MINNAERT, M., G. F. W. MULDER u. J. HOUTGAST, Photometric Atlas of the Solar Spectrum from  $\lambda$  3612 to  $\lambda$  8771 with an Appendix from  $\lambda$  3332 to  $\lambda$  3637. Amsterdam 1940.

zu vergrößern. Dies trifft in erhöhtem Maße zu für das Gebiet  $\lambda < 4000 \text{ \AA}$ , wo die schwächeren Linien der ROWLANDSchen Tabellen auf dem Utrechter Atlas vielfach noch nicht einmal zu erkennen sind und auch sonst die Trennung der dichtgedrängten Linien oft Schwierigkeiten macht. 2. Da manche Elemente nur im Spektrum der *Sonnenflecke* auftauchen, so wäre es wichtig, in einem bestimmten Fleck mit bekannten Zustandsgrößen ( $T$ ,  $P_e$ ,  $\log \overline{NH}$ ,  $\Delta\omega_{\text{eff}}$  . . .) diese Linien auszumessen.

b) *Mikro- oder Makroturbulenz?*

Wie C. W. ALLEN<sup>1</sup> und P. TEN BRUGGENCATE<sup>2</sup> gezeigt haben, herrscht in den für die Entstehung der Fraunhoferlinien im Spektrum der  $\odot$ -Mitte maßgebenden Schichten neben der thermischen Bewegung der Atome noch „Turbulenz“, deren mittlere Geschwindigkeit in der Sehlinie  $\sim 1,8 \text{ km/sec}$  beträgt. Die Entscheidung der wichtigen Frage, ob diese „Turbulenz“ in der Theorie der Wachstumskurven zu berücksichtigen ist oder nicht, hängt offensichtlich davon ab, ob die Turbulenzelemente klein oder groß sind (Mikro- bzw. Makroturbulenz) im Verhältnis zur freien Weglänge der Lichtquanten. Letztere ist für die Linienflügel  $\approx 1/\kappa$  (wo  $\kappa$  den kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten [ $\text{cm}^{-1}$ ] für das betr. Spektralgebiet bedeutet) oder — mit anderen Worten — etwa gleich der Längenausdehnung einer Schicht der optischen Dicke Eins.

Schon C. W. ALLEN und P. TEN BRUGGENCATE<sup>3</sup> haben erkannt, daß man die empirisch gefundene Wachstumskurve der Ti-Linien des Sonnenspektrums mit dem üblichen Schema der Theorie nur zur Deckung bringen kann, wenn man ausschließlich mit thermischem Dopplereffekt rechnet, d. h. Makroturbulenz annimmt. Aber dieser Schluß ist nach ALLEN zunächst nicht eindeutig: Die Form der Wachstumskurve hängt nämlich noch ein wenig davon ab, wie das Verhältnis  $\kappa_s/\kappa$  (d. h. Linien- zu kontinuierlichem Absorptionskoeffizienten) mit der Tiefe in der Atmosphäre variiert, d. h. von der Wahl des „Modells“. Man kann nun eine Vergrößerung der Dopplerbreite (Mikroturbulenz) formal kompensieren durch Übergang zu einem Modell, in dem  $\kappa_s/\kappa$  mit der Tiefe konstant bleibt bzw. zunimmt. Aber ist ein solches Modell auch physikalisch möglich? Im Anschluß an das, wie wir sehen werden, der Wirklichkeit schon recht gut angepaßte Modell der Sonnenatmosphäre von M. RUDKJØBING<sup>4</sup> hat Frl. Dr. A. ROSA die Tiefenabhängigkeit von  $\kappa_s/\kappa$  z. B. für Ti-Linien mit 1,5 Volt Anregungsspannung berechnet. Zwischen  $\bar{\tau} = 0,1$  und 0,85 ergibt sich für reine Dopplerverbreiterung (schwache Linien) eine Abnahme des  $\kappa_s/\kappa$  um einen Faktor 20; für Stoßdämpfung durch

<sup>1</sup> ALLEN, C. W.: *Astrophysic. J.* **85**, 165 (1937).

<sup>2</sup> TEN BRUGGENCATE, P.: *Z. Astrophysik* **18**, 316 (1939).

<sup>3</sup> Ebd., sowie TEN BRUGGENCATE, P.: *Z. Astrophysik* **23**, 119 (1944).

<sup>4</sup> RUDKJØBING, M.: *Z. Astrophysik* **21**, 254 (1942).

Wasserstoffatome ( $\sim P_g$ ; Flügel starker Linien) immer noch um einen Faktor 6,3. Nach diesen Stichproben ist kaum zu erwarten, daß der von C. W. ALLEN erwogene Ausweg zum Ziele führt. Wir rechnen daher im Folgenden mit *Makroturbulenz*<sup>1</sup> und berücksichtigen in der Theorie der Wachstumskurve *nur* die thermische Dopplerbreite. Auf den Zahlenwert der Temperatur  $T$  kommt es dabei nicht sehr genau an; nach TEN BRUGGENCATE (s. S. 308) setzen wir zunächst  $T = 5040^{\circ} K$ .

c) *Dämpfungskonstanten.*

Den schwächsten Punkt der quantitativen Spektralanalyse bilden nach wie vor die *Dämpfungskonstanten*  $\gamma$ . Ihre quantentheoretische Berechnung ist bis jetzt nur in wenigen Fällen möglich. Und auch diese kann erst nutzbar gemacht werden, wenn man die Zusammensetzung und Druckverteilung der Atmosphäre bereits in den wesentlichen Zügen kennt. Wir werden daher, soweit dies irgend möglich ist, mit so *schwachen Linien* arbeiten, daß die Aufspaltung der Schar der Wachstumskurven nach  $\gamma$  noch unwesentlich ist. Daß wir dabei auf etwas größere Meßfehler gefaßt sein müssen, als bei Linien mittlerer Stärke, wird man gerne in Kauf nehmen. Wo aber nur Linien im  $\sqrt{\nu}$ -Gebiet der Wachstumskurven verfügbar sind, rechnen wir im allgemeinen mit einem Mittelwert aus den bis jetzt empirisch bestimmten  $\gamma$ -Werten nach M. MINNAERT und G. F. W. MULDER<sup>2</sup> ( $0,7 - 1,1 \cdot 10^9 \text{ sec}^{-1}$ ), C. W. ALLEN<sup>3</sup> ( $0,84 \cdot 10^9 \text{ sec}^{-1}$  bei  $\lambda 5000$ ), A. UNSÖLD<sup>3</sup> ( $0,35 - 4,5 \cdot 10^9 \text{ sec}^{-1}$ ) sowie P. TEN BRUGGENCATE und HOUTGAST<sup>4</sup> ( $8,3 \cdot 10^9 \text{ sec}^{-1}$ ), nämlich

$$a = \frac{\gamma}{\Delta\omega_D} = 0,10, \quad (1)$$

was z. B. für Ti-Linien bei  $\lambda 5000$  einem  $\gamma = 1,66 \cdot 10^9 \text{ sec}^{-1}$  entspricht. Soweit im  $\sqrt{\nu}$ -Gebiet  $\gamma$  mit vollem Betrag in die Bestimmung der wirksamen „Anzahl absorbierender Atome“  $NH$  eingeht, sind daher schon aus diesem Grunde Fehler der Größenordnung  $\Delta \log NH = \pm 0,5$  wohl möglich.

d) *Die effektive Schichtdicke der Sonnenatmosphäre als Funktion der Wellenlänge.*

Will man die aus Fraunhoferlinien verschiedener Spektralgebiete bestimmten Atomzahlen  $NH$  zueinander in Beziehung setzen, so muß man berücksichtigen, daß die wirksame Schichtdicke  $\tau_0$  der Sonnenatmosphäre von  $\lambda$  abhängt. Diese Abhängigkeit hat P. TEN BRUGGENCATE<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Hierzu vgl. auch COWLING, T. G.: M. N. **93**, 90 (1933).

<sup>2</sup> MINNAERT, M. u. G. F. W. MULDER: Z. Astrophysik **2**, 165 (1931).

<sup>3</sup> Siehe S. 307.

<sup>4</sup> BRUGGENCATE, P. TEN u. HOUTGAST: Z. Astrophysik **20**, 149 (1941).

<sup>5</sup> BRUGGENCATE, P. TEN: Z. Astrophysik **23**, 119 (1944).

empirisch bestimmt und gefunden, daß  $\log \tau_0$  für  $\lambda$  4000—4700 konstant ist, dann bis  $\lambda$  5300 um  $\Delta \log \tau_0 = 0,35$  abnimmt und von da bis  $\lambda$  6600 wieder ziemlich konstant bleibt. Wir extrapolieren den Verlauf provisorisch für  $\lambda < 4000$  bzw.  $> 6600$  Å und reduzieren damit später sämtliche  $\log NH$  auf das kurzwellige Gebiet  $\lambda$  4000—4700 Å.

Weiterhin wird man fragen, ob es eigentlich zulässig ist, selbst in einem engen Wellenlängengebiet für Linien ganz verschiedener Herkunft (Anregungs- und Ionisationsspannung, Verbreiterungsmechanismus usw.) mit einer einheitlichen wirksamen Schichtdicke zu rechnen. Die Theorie<sup>1</sup> läßt erwarten, daß dies in guter Näherung möglich ist, solange  $\kappa_v/\kappa$  als Funktion der Tiefe nicht extrem rasch zunimmt, d. h. praktisch für alle Linien mit Ausnahme der Balmerlinien. Deren Theorie hat neuerdings A. ROSA<sup>2</sup> an Hand des STRÖMGREN-RUDKJØBINGSchen Modells *exakt* durchgerechnet und gute Übereinstimmung mit der Erfahrung erhalten. Wir müssen daraus einerseits schließen, daß die von B. STRÖMGREN<sup>3</sup> ermittelte Häufigkeit des Wasserstoffs ziemlich richtig ist; andererseits wird der Vergleich der exakten Rechnung mit der unter der Annahme eines einheitlichen  $\tau_0(\lambda)$  durchgeführten Näherung in einem so extremen Fall die Gültigkeitsgrenzen der letzteren gut erkennen lassen. Es wird sich zeigen, daß die Näherung wesentlich besser ist, als man ursprünglich erwarten konnte; ihre Fehler sind nicht größer, als die schon aus anderen Gründen unserer Untersuchung anhaftenden.

e) *Oszillatorenstärken f.*

Die Berechnung *relativer f-Werte* in Multipletts, Supermultipletts ... bietet an Hand der ausführlichen Tabellen von H. N. RUSSELL<sup>4</sup>, L. GOLDBERG<sup>5</sup> u. a. keine Schwierigkeit, solange der Idealfall der *LS-Kopplung* hinreichend erfüllt ist.

Zur Vereinfachung der Zahlenrechnungen empfiehlt sich folgender Kunstgriff: Die in obigen Tabellen angegebenen „theoretischen Intensitäten“  $I_{th}$  sind  $\sim f \cdot \lambda$ ; ihre Normierung ist zunächst auf  $\Sigma I_{th} = 1$ , statt — wie wir es später wollen — auf  $\Sigma f = 1$ .

Nun aber braucht man zur Berechnung der Abszissen der Wachstumskurven ja  $\frac{f}{\Delta\omega_D}$ , das gerade  $\sim \frac{f}{\omega}$  oder  $\sim f \cdot \lambda$  ist! Statt  $\frac{f}{\Delta\omega_D}$  schreiben wir also zweckmäßiger  $\frac{I_{th}}{\Delta\omega_D}$ , wobei der Mittelwert  $\overline{\Delta\omega_D}$  bzw.  $\bar{\lambda}$  so gebildet werden kann, daß

$$\Sigma f = \Sigma I_{th} \cdot \frac{\Delta\omega_D}{\Delta\omega_D} = \Sigma I_{th} \cdot \frac{\bar{\lambda}}{\lambda} = 1 \quad (2)$$

<sup>1</sup> Z. B. UNSÖLD, A.: Sternatmosphären. Kap. XII.

<sup>2</sup> ROSA, A.: Z. Astrophysik **24**, 38 (1947).

<sup>3</sup> STRÖMGREN, B.: Festschrift für E. STRÖMGREN, Kopenhagen (Munksgaard) 1940.

<sup>4</sup> RUSSELL, H. N.: Astrophysic. J. **83**, 129 (1936).

<sup>5</sup> GOLDBERG, L.: Astrophysic. J. **82**, 1 (1935).

oder 
$$\frac{1}{\bar{\lambda}} = \sum \frac{I_{th}}{\lambda} \quad \text{mit} \quad \sum I_{th} = 1. \quad (3)$$

Mit der Berechnung des  $\bar{\lambda}$  bzw.  $\overline{\Delta\omega_D}$  erspart man so für das ganze Multiplett bzw. Supermultiplett die Umrechnung von  $I_{th}$  auf  $f$  und die Berechnung der einzelnen  $\Delta\omega_D$ . Den Mittelwert  $\bar{\lambda}$  andererseits kann man für einzelne Multipletts meist genügend genau schätzen; in Supermultipletts wird man erst die Schwerpunkte der Teilmultipletts schätzen und dann nach Gl. (3) weiter rechnen.

Zeigen die Impulsvektoren im Atom *intermediäre Kopplung*, so wird die Berechnung der Intensitäten außerordentlich kompliziert und man ist praktisch auf Messungen angewiesen (s. u., Fe, Ti).

Bei den schwersten Elementen nähert man sich teilweise schon dem theoretisch wieder leichter zugänglichen Grenzfall der *jj-Kopplung*<sup>1</sup>. Für die Übergänge zwischen den tiefsten Konfigurationen des Pb-Spektrums  $6p^2 - 6p7s$  erhält man z. B. nach E. U. CONDON (l. c. S. 265) die theoretischen Intensitäten (die Terme sind nach dem LS- und  $(j_1, j_2)$ -Schema bezeichnet):

$p^2$	$^3P_0$ $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})_0$	$^1S_0$ $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})_0$	$^3P_1$ $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})_1$	$^3P_2$ $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})_2$	$^1D_2$ $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})_2$
$^3P_0 (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})_0$	—	—	20	—	—
$^3P_1 (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})_1$	20	—	10	50	—
$^1P_1 (\frac{3}{2}, \frac{1}{2})_1$	—	20	5	25	50
$^3P_2 (\frac{3}{2}, \frac{1}{2})_2$	—	—	25	25	50

(4)

Zur Berechnung *absoluter f-Werte*<sup>2</sup> stehen uns eine Reihe von Möglichkeiten offen:

Sind Anfangs- und Endterm des betr. Überganges wasserstoffähnlich, so wird meist die direkte Anwendung der *Wasserstoff-Oszillatorenstärken* bzw. -Amplitudenquadrate möglich sein (z. B. NaI  $3^2D - 6^2F^0$ ; MgI  $3^1D - n^1F^0$  und  $3^3D - n^3F^0$ ).

Für andere Übergänge in den Spektren der ersten Spalten des periodischen Systems kann man Eigenfunktionen und damit f-Werte nach der *Methode des selfconsistent field* von D. R. HARTREE berechnen. Derartige Berechnungen sind neuerdings in großem Maßstab von L. BIEMANN in Angriff genommen.

Den *f-Summensatz* wird man z. T. in der Weise anwenden können, daß man die inneren Elektronenschalen durch ein geeignetes Zentralkraftfeld ersetzt denkt und dann  $\sum f$  gleich der Zahl der Außenelektronen

<sup>1</sup> WHITE, H. E.: Introduction to Atomic Spectra; McGraw Hill 1934. S. 283f. — CONDON, E. U. u. G. H. SHORTLEY: The Theory of Atomic Spectra, Cambridge Univ. Press. 1935; S. 264f.

<sup>2</sup> Literatur hierzu bei Tab. 1.

(praktisch also 1 oder 2) setzt. Dabei muß man aber (NB!) die durch das PAULI-Prinzip verbotenen Übergänge nach voll besetzten Elektronenbahnen (negative  $f$ -Werte) bei der Summation mit berücksichtigen. Diese Schwierigkeit kann man umgehen durch Anwendung des partiellen  $f$ -Summensatzes von E. WIGNER und J. G. KIRKWOOD. Dieser besagt, daß

$$\left. \begin{aligned} \sum_n f_{s-np} &= 1,00 \\ \sum_n f_{p-nd} &= 1,11 \\ \sum_n f_{d-nf} &= 1,40 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Ist der tiefste Laufterm  $2p, 3d, 4f \dots$ , so kann dieser Satz exakt angewandt werden, indem dann ja keine PAULI-verbotenen Übergänge in Frage kommen.

In den übrigen Fällen wird man — innerhalb einer Fehlergrenze von  $\Delta \log f \approx \pm 0,3$  — nach den bisherigen Erfahrungen meist das Richtige treffen, wenn man für die stärksten Übergänge mit  $\Delta l = +1$  (daß letzteres wesentlich ist, ersieht man schon aus dem partiellen  $f$ -Summensatz) die Gesamtoszillatorenstärke  $f = 1$  setzt.

Neben die Berechnung der Oszillatorenstärken ist in den letzten Jahren mit wachsendem Erfolg ihre *Messung* getreten. Während die klassischen Methoden der anomalen Dispersion, Magnetorotation usw. nur ein verhältnismäßig beschränktes Anwendungsgebiet (allerdings bei großer Genauigkeit) umfassen, zeigten R. B. und A. S. KING, daß *Absorptionsmessungen* bei optisch dünner Schicht im elektrischen Ofen eine fast ideale Methodik zur relativen und z. T. sogar absoluten Messung von  $f$ -Werten auch in linienreichen Spektren abgeben. Bildet man nach den KINGschen Absolutmessungen an Fe I die  $f$ -Summe für das Übergangsschema  $3d^7 ({}^4F) 4s - 3d^7 ({}^4F) 4p$ , so erhält man für die Quintetts 0,29 und für die Triplets 0,46. Berücksichtigt man außerdem noch die bei KING gemessenen Übergänge nach anderen höheren Termen (es gibt sicher noch mehr) so findet man statt dessen 0,37 bzw. 0,55. Wie man sieht, würde man mit unserer üblichen Annahme  $f = 1$  bis auf einen Fehler  $\Delta \log f = 0,4_4$  das Richtige treffen.

Bei Ti I haben wir die KINGschen Relativmessungen normiert, indem wir für den Übergang  $3d^3 ({}^4F) 4s - 3d^3 ({}^4F) 4p$  (bei dem sich die  $f$ -Summen für alle  $j$ 's des  $a^5F$ -Termes auswerten lassen)  $f = 1$  annehmen.

Wie man beim Aufzeichnen der empirischen Wachstumskurven erkennt, ist die Genauigkeit der KINGschen Messungen sehr befriedigend und wohl für die meisten Zwecke ausreichend.

Seit etwa zehn Jahren werden im physikalischen Laboratorium *Utrecht* zahlreiche Messungen relativer Übergangswahrscheinlichkeiten — die ja leicht in  $f$ 's umzurechnen sind — in der *Emission* der Lichtbogen-

säule durchgeführt. Ihre Überführung in Absolutwerte ist grobenteils möglich durch Heranziehung des  $f$ -Summensatzes oder der  $f$ -Werte einzelner Linien, die bereits mit anomaler Dispersion oder dergl. gemessen waren. In der Anwendung haben sich diese  $f$ -Werte z. T. gut bewährt. Wo erhebliche Diskrepanzen gegen die astrophysikalischen Beobachtungen vorliegen (s. u.), legen detailliertere Betrachtungen den Verdacht nahe, daß die Emissionsmessungen einzelner Intensitätsverhältnisse noch durch Selbstabsorption oder Selbstumkehr verfälscht sind. Die Genauigkeit der *Utrechter* Emissionsmessungen dürfte z. Z. noch geringer sein als die der *KINGS*chen Absorptionsmessungen. Trotzdem erscheint es wichtig, auch die Emissionsmethode weiter zu entwickeln, da sie höhere Anregungsstufen zu erfassen erlaubt als die Absorptionsmethode.

### 3. Bestimmung der $\log N_{r,s}H$ .

Nach diesen Vorbereitungen ermitteln wir für *die* Elemente, welche im Sonnenspektrum durch geeignete Linien vertreten sind, zunächst die „Anzahl der Atome über  $1 \text{ cm}^2$  der Sonnenoberfläche“ im Anregungszustand  $s$  der  $r^{\text{ten}}$  Ionisationsstufe  $\log N_{r,s}H$ . Eine vollständige Tabulierung des gesamten spektroskopischen Materials würde den Rahmen dieser Note weit überschreiten. Wir geben daher in Tab. 1 für jede Ionisationsstufe zunächst die in Frage kommenden Ausgangsterme mit statistischem Gewicht  $g$  und Anregungsspannung  $\chi_{r,s}$ . Dann folgen die oberen Terme; *nach* denen Übergänge beobachtet sind. Neben der rationellen Klassifikation und — bei Komplexspektren — der Elektronenkonfiguration haben wir vielfach noch den Termen die kleinen Buchstaben vorangesetzt, mit welchen sie in den Tabellen von CH. E. MOORE<sup>1</sup> bezeichnet sind.

Spalte 6 bringt nun die aus ALLENS Gesamtabsorptionsmessungen mit Hilfe der Wachstumskurve berechneten Atomzahlen  $\log N_{r,s}H$ ; nach TEN BRUGGENCATE (s. S. 309) reduziert auf das Spektralgebiet  $\lambda$  4000—4700 Å. Hinter dem  $\log N_{r,s}H$  folgt (in Klammern) zunächst die Anzahl der benutzten Linien. Soweit die Dämpfungskonstante  $\gamma$  wesentlich ist (praktisch gesprochen, wenn für mehr als die Hälfte der Linien  $\frac{A_{\lambda}}{2 \Delta \lambda_D} > 1$  ist), wurde — wie gesagt — die Wachstumskurve mit  $a = \frac{\gamma}{\Delta \omega_D} = 0,10$  benützt. In diesem Fall steht in der ( ) noch ein  $\gamma$ . Streuen die Einzelwerte eines Multipletts oder Supermultipletts wegen Meßfehlern, Fremdlinien oder anomaler Kopplungsverhältnisse ungewöhnlich stark, so enthält die Klammer noch das Zeichen: . Aus den für jeden Ausgangsterm erhaltenen

<sup>1</sup> MOORE, CH. E.: A Multiplet Table of Astrophysical Interest und Term Designations for Excitation Potentials. Princeton 1933/34. Vgl. auch BACHER R. F. u. S. GOUDSMIT: Atomic Energy Levels. New York 1932. Vielfach wurden auch neuere Arbeiten herangezogen.



Tabelle 1. *Quantitative Spektralanalyse der Sonnenatmosphäre.*

Spektrum	Term	$g$	$\chi_{r,s}$	Oberer Term	$\log N_{r,s}H$ reduziert auf $\lambda < 4700 \text{ \AA}$ . (Zahl der Linien; Bemerkungen)	$f$ -Wert (Literatur)	$\log NH$		
HI	$n = 2$	8	10,16	$n = 10$ bis 16	15,70 (7)	W 1	<b>24,13</b>		
CI	$3s^3P^0$	9	7,45	$3p^3S, ^3P, ^3D$	14,31 (15)	$(3s-3p) = 1$	<b>20,94</b>		
NI	$3s^4P$	12	10,29	$3p^4D^0$	12,60 (2)	$(3s-3p) = 1$	<b>21,26</b>		
OI	$3s^5S^0$	5	9,11	$3p^5P$	12,98 (3)	$(3s-3p) = 1$	21,32		
	$3s^3S^0$	3	9,48	$3p^3P$	12,62 (2, :)	„	21,51 } <b>21,38</b>		
NaI	$3^2S$	2	0,00	$3^2P^0$	16,06 (2, $\gamma$ )	$(3s-3p)=1$ (A1,2) 0,832 (Q 2) 0,108 (Q 2) 0,0035 (Q 3) 0,163 (Q 2) 0,016 (Q 3) 0,0535 (W 1)	18,91		
	$3^2P^0$	6	2,09	$3^2D$	14,44 (2, $\gamma$ )		} 14,64	18,87 } <b>18,93</b>	
				$4^2D$	14,89 (2, $\gamma$ )				
				$7^2D$	14,83 (2)				
				$4^2S$	14,24 (1, $\gamma$ :)				
		$5^2S$	14,81 (2)						
	$3^2D$	10	3,60	$6^2F^0$	13,82 (1, 2 Komp., :)		19,17		
MgI	$3^1S$	1	0,00	$3^3P^0$	19,50 (1, $\gamma$ )	$2,36 \cdot 10^{-6}$ (E 2) 0,333 „ $\sim 0,3$ (geschätzt) 0,192 (E 2) 0,255 „ 0,222 „ $< 0,034$ „ $< 0,011$ „ 0,053 (W1) 0,025 „ 0,053 „ 0,025 „ 0,015 „	20,66		
	$3^3P^0$	9	2,70	$4^3S$	17,37 (3, $\gamma$ )		19,97		
	$3^1P^0$	3	4,33	$3^1D$	$\sim 15,43$ (1, $\gamma$ )		} 15,44	19,97	
				$4^1D$	15,77 (1, $\gamma$ )				
				$5^1D$	15,68 (1, $\gamma$ )				
				$6^1D$	14,89 (1, $\gamma$ )				
				$5^1S$	$> 14,98$ (1, $\gamma$ )				
			$6^1S$	$> 14,69$ (1)					
		$3^1D$	5	5,73	$6^1F^0$		14,41 (1, $\gamma$ )	} 14,58	} <b>20,16</b>
				$7^1F^0$	14,72 (1, $\gamma$ )				
			$6^3F^0$	14,88 (1, $\gamma$ )					
			$7^3F^0$	15,02 (1, $\gamma$ )					
			$8^3F^0$	14,89 (1, $\gamma$ )					
	$3^3D$	15	5,92			20,11			
						20,18			
						20,10			
MgII	$3^2D$	10	8,82	$4^2F^0$	13,23 (2, :)	0,95 (Q 5)	20,10		

314

A. UNSÖLD:

AlI	$3^2P^0$ $4^2S$	6 2	0,00 3,13	$4^2S$ $5^2P^0$	17,30 (2, $\gamma$ ) 14,12 (2)	0,132 (Q 5) 0,034 (Q 5)	18,94 19,02	18,98
SiI	$4s^3P^0$ $3d^3D^0$ $3d^1D^0$ $3d^3F^0$ $3d^3P^0$	9 15 5 21 9	4,90 5,59 5,85 6,16 6,24	$4p^3S, ^3P$ $4f^3D, ^3F$ $4f^1D, ^1F$ $4f^3G$ $4f^3D$	15,26 (9, $\gamma$ :) 14,05 (3, $\gamma$ :) 13,14 (2, $\gamma$ ) 13,88 (3, $\gamma$ :) 14,11 (2, $\gamma$ :)	$(3s-3p) = 1$ $(3d-4f) = 1$ ,, ,, ,,	20,10 19,27 20,08 19,47 20,14	19,94
SiII	$4^2S$	2	8,08	$4^2P^0$	12,76 (2)	1,32 (Q 5)	20,59	
SI	$4^5S^0$ $4^3S^0$	5 3	6,50 6,83	$4^5P$ $4^3P$	13,46 (2) 13,16 (3)	$(4s-4p) = 1$ ,,	19,47 19,68	19,57
KI	$4^2S$	2	0,00	$4^2P^0$ $5^2P^0$	14,30 (1, $\gamma$ ) 14,29 (1)	1,06(Q5, A5,6) 0,012(Q5, A3)	17,86 17,85	17,85
CaI	$4^1S$  $4^3P^0$    $3^3D$  $3^1D$	1  9   15  5	0,00  1,88   2,51  2,70	$4^1P^0$ $4^3P^0$ $4^3D$ $5^3S$ $6^3S$ $7^3S$ $4^3F^0$ $dp^3P^0, ^3D^0, ^3F^0$ $dp^1P^0, ^1D^0, ^1F^0$	16,12 (1, $\gamma$ ) 16,67 (1) 16,48 (5, $\gamma$ ) 16,64 (3, $\gamma$ ) 16,79 (1, $\gamma$ ) 17,08 (1, $\gamma$ ) > 14,18 (3, $\gamma$ ) 15,44 (17) 14,22 (3, $\gamma$ )	2,28 (Q 4) $6,91 \cdot 10^{-5}$ (A4) $3,96 \cdot 10^{-2}$ (E5) $3,12 \cdot 10^{-4}$ ,, $3,56 \cdot 10^{-3}$ ,, $1,16 \cdot 10^{-3}$ ,, $\leq 0,3$ ( $\Sigma$ -Satz) $(3p-3d) = 1$ $(3p-3d) = 1$	18,78 19,33       19,15 18,58	18,88
CaII	$4^2S$ $3^2D$	2 10	0,00 1,69	$4^2P^0$ $4^2P^0$	18,87 (2, $\gamma$ ) 18,02 (3, $\gamma$ )	1,19 (Q 4) 0,098 ,,	18,93 18,88	
ScI	$3d 4s^2 a^2D$  $3d^2 (^3F) 4s a^4F$ $3d^2 (^3F) 4s a^2F$	10  28 14	0,00  1,44 1,86	$3d 4s (^3D) 4p y^2D^0, y^2P^0$ $3d 4s (^1D) 4p z^2P^0, z^2D^0$ $3d^2 4p z^4G^0, y^4F^0, y^4D^0$ $3d^2 4p z^2G^0$	13,68 (10)  12,70 (4:) 12,55 (1:)	$(4s^2-4s 4p) = 2$  $(4s-4p) = 1$ ,,	15,82  15,67 16,19	15,98
ScII	$3d 4s a^3D$ $3d 4s a^1D$	15 5	0,01 0,31	$3d 4p z^3D^0, z^3F^0$ $3d 4p z^1P^0, z^1D^0, z^1F^0$	16,28 (4, $\gamma$ :) 15,14 (3, $\gamma$ )	$(4s-4p) = 1$ ,,	16,50 16,11	

Quantitative Spektralanalyse der Sonnenatmosphäre.

315

Tabelle 1. (Fortsetzung.)

Spektrum	Term	$g$	$\lambda_{r,s}$	Oberer Term	$\log N_{r,s}H$ reduziert auf $\lambda < 4700 \text{ \AA}$ . (Zahl der Linien; Bemerkungen)	$f$ -Wert (Literatur)	$\log NH$
TiII	$3d^2 4s^2 a^3 F$	21	0,02	$z^1 G^0, z^1 D^0, z^3 G^0,$ $z^3 D^0, z^3 F^0$	15,90 (18)	(A8) normiert mit $(4s-4p) = 1$	17,87
	$3d^3 (4F) 4s a^5 F$	35	0,83	$x^5 D^0, w^3 D^0, y^5 F^0, y^5 G^0$	15,41 (34, $\gamma$ )	"	17,88
	$3d^2 4s^2 a^1 D$	5	0,90	$y^1 D^0, z^1 D^0$	14,23 (2, $\gamma$ ·)	"	17,60
	$3d^2 4s^2 a^3 P$	9	1,05	$x^3 P^0, x^5 D^0, w^3 D^0,$ $x^3 D^0, y^3 D^0, z^3 S^0$	14,58 (19)	"	17,83
	$3d^3 (4F) 4s b^3 F$	21	1,44	$w^3 G^0, v^3 D^0, x^3 G^0, w^3 D^0,$ $x^5 D^0, y^3 G^0, x^3 F^0$	14,40 (16)	"	17,64
	$3d^3 (4P) 4s a^5 P$	15	1,73	$y^5 P^0, w^5 D^0$	13,98 (8, $\gamma$ )	"	17,61
	$3d^3 (2G) 4s a^3 G$	27	1,87	$y^3 H^0, z^3 H^0$	14,08 (6)	"	17,58
	$3d^3 (2G) 4s b^1 G$	9	2,26	$y^1 G^0$	13,09 (1)	"	17,42
	$3d^2 4s (2F) 4p z^1 G^0$	9	3,05	$3d^2 4s (2F) 4d e^1 H$	12,53 (1)	$(4p-4d) = 1$	17,56
TiIII	$3d^2 (3F) 4s a^2 F$	14	0,57	$3d^2 (3F) 4p z^2 F$	16,28 (1, $\gamma$ )	$(4s-4p) = 1$	17,25
	$3d^2 (3P) 4s b^2 P$	6	2,05	$3d^2 (3P) 4p z^2 S$	14,79 (2, $\gamma$ )	"	17,44
VI	$3d^4 (5D) 4s a^6 D$	30	0,27	$4p z^6 P^0, y^6 D^0, y^6 F^0$	14,87 (31; $a = 0,31$ )	$(4s-4p) = 1$	17,04
	$3d^4 (5D) 4s a^4 D$	20	1,05	$4p z^4 P^0, y^4 D^0, y^4 F^0$	13,60 (13)	"	16,64
	$3d^4 (3H) 4s a^4 H$	44	1,85	$4p z^4 I^0$	13,29 (2)	"	16,70
VII	$3d^3 (4F) 4s a^3 F$	21	1,09	$4p z^3 D^0$	15,50 (1, $\gamma$ )	$(4s-4p) = 1$	16,82
	$3d^3 (2H) 4s a^3 H$	33	2,50	$4p z^3 H^0$	13,93 (2, ·)	"	16,30
CrI	$3d^5 4s a^7 S$	7	0,00	$3d^5 4p z^7 P^0$	15,82 (2, $\gamma$ )	$(4s-4p) = 1$	17,60
	$3d^5 4s a^5 S$	5	0,94	$3d^5 4p z^5 P^0$	15,64 (3, $\gamma$ )	"	18,39
	$3d^5 4p z^7 P^0$	21	2,89	$5d^5 4d e^7 D$	14,38 (7, $\gamma$ )	$(4p-4d) = 1$	18,25
MnI	$3d^6 (5D) 4s a^6 D$	30	2,15	$4p z^6 D^0$	15,93 (9, $\gamma$ )	$(4s-4p) = 1$	18,43
	$3d^6 (5D) 4s a^4 D$	20	2,92	$4p y^4 P^0, z^4 D^0, z^4 F^0$	14,71 (23, $\gamma$ )	"	18,07
	$3d^5 4s (7S) 4p z^6 P^0$	18	3,06	$4d e^6 D$	14,31 (6, $\gamma$ )	$(4p-4d) = 1$	17,84
FeI	$3d^6 4s^2 a^5 D$	25	0,06	$z^3 P^0, z^7 F^0, z^7 D^0$	19,41 (16, $\gamma$ )	(A8 u. 10)	20,51
	$3d^7 (4F) 4s a^5 F$	35	0,93	$z^5 F^0, z^5 D^0$	18,67 (10, $\gamma$ )	"	20,41
	$3d^7 (4F) 4s a^3 F$	21	1,54	$y^3 F^0, z^3 G^0, z^5 G^0,$ $y^5 F^0, z^3 D^0, z^3 F^0$	17,69 (20, $\gamma$ )	"	20,19

316

A. UNSÖLD:

17,61

16,70

18,23

18,11

20,37

CoI	$3d^8 ({}^3F) 4s b {}^4F$	28	0,50	$4p y {}^4D^0, y {}^4F^0, y {}^4G^0$	16,38 (5, $\gamma$ ·)	$(4s-4p) = 1$	17,73	17,68
	$3d^8 ({}^3F) 4s a {}^2F$	14	1,04	$4p y {}^2D^0, y {}^2F^0,$	15,50 (2, $\gamma$ )	„	17,63	
NiI	$3d^9 ({}^2D) 4s a {}^3D$	15	0,21	$4p z {}^3P^0, z {}^3D^0, z {}^3F^0$	17,05 (3, $\gamma$ )	$(4s-4p) = 1$	18,18	18,60
	$3d^8 4s ({}^4F) 4p z {}^5F^0$	35	3,52	$4d e {}^6G$	15,28 (1, $\gamma$ )	$(4p-4d) = 1$	18,99	
	„ $z {}^5G^0$	45	3,58	$4d e {}^6G$	16,36 (1, $\gamma$ )	„	(20,01)	
	„ $w {}^3D^0$	15	5,28	$4d i {}^3F$	13,08 (4, :)	„	18,71	
	$3d^9 ({}^2D) 4p z {}^3P^0$	9	3,60	$4d e {}^3P, f {}^3D$	13,93 (9, $\gamma$ ·)	„	18,30	
	„ $z {}^3D^0$	15	3,60	$4d f {}^3D, e {}^3F$	14,65 (7, $\gamma$ ·)	„	18,79	
	„ $z {}^3F^0$	21	3,60	$4d e {}^3G$	14,73 (3, $\gamma$ ·)	„	18,73	
	„ $z {}^1P^0$	3	4,07	$4d e {}^1S, f {}^1D$	13,34 (2)	„	18,60	
	„ $z {}^1D^0$	5	3,88	$4d f {}^1D, e {}^1F$	13,74 (2, $\gamma$ )	„	18,61	
„ $z {}^1F^0$	7	3,83	$4d e {}^1F, e {}^1G$	13,98 (2, $\gamma$ )	„	18,69		
CuI	$3d^{10} 4p 4 {}^2P^0$	6	3,80	$4d 4 {}^2D$	13,19 (3)	$(4p-4d) = 1$	16,78	16,88
	$3d^9 4s^2 a {}^2D_{2\frac{1}{2}}$	6	1,38	$3d^{10} 4p 4 {}^2P^0$	16,34 (1, $\gamma$ )	„ u. (E5)	(17,56)	
	„ $a {}^2D_{1\frac{1}{2}}$	4	1,63	„	15,53 (1)	„ „	16,98	
ZnI	$4 {}^3P^0$	9	4,00	$5 {}^3S$	14,51 (3, $\gamma$ )	0,19 (E4)	17,28	17,43
	$4 {}^1P^0$	3	5,77	$4 {}^1D$	12,67 (1)	0,374 „	17,48	
				$5 {}^1D$	13,08 (1, :)	0,014 „	17,89	
Sr I	$5 {}^1S$	1	0,00	$5 {}^1P^0$	13,04 (1, $\gamma$ )	2,28 Analog	16,14	16,00
SrII	$5 {}^2S$	2	0,00	$5 {}^2P^0$	15,74 (2, $\gamma$ )	1,19 Ca; (Q4)	15,79	
	$4 {}^2D$	10	1,80	$5 {}^2P^0$	15,01 (3, $\gamma$ )	0,098	15,96	
	$5 {}^2P^0$	6	3,03	$5 {}^2D$	13,80 (1, $\gamma$ ·)	$(5p-5d) = 1$	16,05	
YI	$4d^2 ({}^3F) 5s a {}^4F$	28	1,35	$5p y {}^4D^0, y {}^4F^0$	13,18 (5, :)	$(5s-5p) = 1$	16,09	15,86
YII	$4d 5s a {}^1D$	5	0,41	$5p z {}^1D^0$	14,73 (1, $\gamma$ )	$(5s-5p) = 1$	15,63	
ZrI	$4d^3 ({}^4F) 5s a {}^5F$	35	0,60	$5p x {}^5D^0, y {}^5F^0, y {}^5G^0$	12,73 (8)	$(5s-5p) = 1$	14,99	15,02
ZrII	$4d^2 ({}^3F) 5s a {}^2F$	14	0,71	$5p z {}^2D^0, z {}^2F^0$	13,85 (3, $\gamma$ )	$(5s-5p) = 1$	15,05	
MoI	$4d^5 ({}^6S) 5s a {}^5S$	5	1,33	$5p z {}^5P^0$	11,85 (3)	$(5s-5p) = 1$	14,43	15,60
BaII	$6 {}^2S$	2	0,00	$6 {}^2P^0$	15,04 (2, $\gamma$ )	1,19 (wie CaII)	15,41	
	$5 {}^2D$	10	0,60	$6 {}^2P^0$	15,78 (3, $\gamma$ )	0,098 „	15,98	
	$6 {}^2P^0$	6	2,71	$6 {}^2D$	13,13 (2, $\gamma$ ·)	$(6p-6d) = 1$	15,43	
			$7 {}^2S$	13,75 (1, $\gamma$ )	0,21 (E3)		16,05	
PbI	$6p^2 {}^3P_1$	3	0,96	$6p 7s {}^3P_0^0$	13,44 (1, :)	0,33×0,1 vgl.	15,32	15,2
	$6p^2 {}^3P_2$	5	1,32	$6p 7s {}^3P_1^0$	12,52 (1, :)	0,50×0,1 Text!	15,74	
	$6p^2 {}^1D_2$	5	2,65	$6p 7s {}^3P_2^0$	12,59 (1, :)	0,50×0,1	14,48	

Anmerkungen zu Tabelle 1:

- HI  $\log N_{r,s} H$  nach A. UNSÖLD, Z. Physik **59**, 353 (1930).
- CI Zur Klassifikation C. C. KIESS. Bur. Stand. Journ. Res. **20**, 33 (1938).
- NaI Bei  $\lambda 10834$   $3^2D-6^2F^0$  wurde angenommen, daß sie aus 2 unaufgelösten Komponenten besteht.
- MgI Die  $f$ -Werte in (E2) sind ermittelt durch Kombination relativer Emissionsmessungen mit dem quantentheoretisch berechneten  $f$  der Interkombinationslinie  $\lambda 4571,10$ .  $f(3^1P^0-3^1D)$  ist geschätzt unter Berücksichtigung der Beobachtung (E 2), daß der Intensitätsabfall in der Serie anomal schwach ist.
- MgII Messung relativ unsicher wegen gegenseitiger Störung der Dublett-komponenten.
- SiI Zur Klassifikation des infraroten Spektrums C. C. KIESS. Bur. Stand. Journ. Res. **21**, 185 (1938).
- CaI Zur Bestimmung der  $f$ -Werte diente als Ausgangspunkt HARTREES (Q 4) Berechnung für  $4^1S-4^1P^0$ . An diese wurde nach (A 4) die Interkombinationslinie angeschlossen und an letztere nach den Utrechter Emissionsmessungen (E 5) eine Reihe weiterer Linien. Die Serie  $3^3D-n^3F^0$  hat nach den Beobachtungen im Sonnenspektrum völlig anomal langsamen Intensitätsabfall. Die Utrechter  $f$ 's geben zu große  $\log \bar{N}_{r,s} H$ . Höchstwahrscheinlich ist der Anschluß der schwachen Interkombinationslinie an die viel stärkeren anderen Linien durch Selbstabsorption oder -umkehr verfälscht.
- ScII Im UV eigene Messungen.
- TiI KINGS relative  $f$ -Werte normiert mit  $f_{4s-4p} = 1$ . Der eine mit  $f_{4p-4d} = 1$  unabhängig bestimmte Wert paßt gut dazu.
- TiII Erhebliche Abweichungen von LS-Kopplung.
- VII Eigene Messungen im UV; nicht sehr genau!
- CoI Eigene Messungen im UV; nicht sehr genau!
- NiI Koppelung!
- SrI u. II  $f$ -Werte gleich den von HARTREE für Ca berechneten gesetzt.
- BaII Der Vergleich der Wachstumskurve von  $5^2D-6^2P^0$  mit den für TiI bestimmten spricht für die Annahme von Makroturbulenz, doch sollte man diesem Argument (das auf nur 3 Linien basiert) wohl keine zu große Bedeutung beimessen.
- PbI Die relativen  $f$ -Werte (bezogen auf die Teilniveaus, nicht — wie sonst — die ganzen Multipletterme sind unter der Annahme von  $jj$ -Kopplung berechnet. Der Absolutwert  $f=0,1$  für  $6p^2-6p\ 7s$  ist geschätzt. Die Messungen (eigentlich mehr Schätzungen) der schwachen Linien sind sehr wenig genau.

Literatur über  $f$ -Werte (zu Tabelle 1, Spalte 7).

Zusammenfassende Darstellungen: A. MITCHELL u. M. ZEMANSKY, Resonance Radiation and Excited Atoms (Cambridge 1934).

A. UNSÖLD, Physik der Sternatmosphären, Berlin 1938.

A) Messungen in Absorption bzw. mit anomaler Dispersion.

- [1] MINKOWSKI, R.: Z. Physik **36**, 839 (1926) (NaD). — [2] SCHÜTZ, W.: Z. Physik **38**, 864 (1926) (NaD). — [3] PROKOPIEW W. u. G. GAMOW: Z. Physik **44**, 887 (1927) (KI). — [4] PROKOPIEW, W.: Z. Physik **50**, 701 (1928) (CaI). — [5] WEILER, J.: Ann. Physik **1**, 361 (1929) (KI). — [6] HEARD, J. F.: M. N. **94**, 458 (1934) (KI). — [7] KING, R. B. u. A. S.: Astrophysic. J. **82**, 377 (1935) (FeI relativ). — [8] KING, R. B. u. A. S.:

Astrophysic. J., **87**, 24 (1938) (FeI, TiI relativ). — [9] KING, R. B. u. D. C. STOCKBARGER: Astrophysic. J. **91**, 488 (1940) (CdI, CuI abs.). — [10] KING, R. B.: Astrophysic. J. **95**, 78 (1941) (FeI abs.).

E) Messungen in Emission.

[1] LINGEN, D. VAN: Physica **3**, 977 (1936) (CuI, vgl. jedoch E 5). — [2] KERSTEN, J. A. H. u. L. S. ORNSTEIN: Physica **8**, 1124 (1941) (MgI). — [3] KRUTHOF, A. M.: Physica **10**, 493 (1943) (BaI u. II). — [4] SCHUTTEVAER J. W. u. J. A. SMIT: Physica **10**, 502 (1943) (ZnI). — [5] SCHUTTEVAER, J. W., BONT, M. J. DE u. TH. H. VAN DEN BROEK: Physica **10**, 544 (1943) (CaI, SrI).

Außerdem zahlreiche Utrechter Dissertationen.

Q) Quantentheoretische Berechnungen (meist nach der HARTREESchen Methode).

[1] ZWAAN, A.: Naturwiss. **17**, 121 (1928) (CaII). — [2] PROKOFIEW, W. K.: Z. Physik **58**, 255 (1929) (NaI). — [3] RIGHINI, G.: Z. Astrophysik **10**, 344 (1935) (NaI). — [4] HARTREE, D. R. u. W.: Proc. Roy. Soc. (A) **164**, 167 (1938) (CaI u. II). — [5] BIERMANN, L.: Z. Astrophysik **22**, 81 u. 157 (1943) (Na, K, Mg, Al) und weitere autographierte Mitteilungen über Na, K, Mg, Al, Si.

W) Quantentheoretische Berechnungen für wasserstoffähnliche Terme. Vgl. z. B.:

[1] BETHE, H.: Handbuch d. Physik **24**, Teil 1 (2. Aufl.). Berlin 1933, oder UNSÖLD, A.: Physik der Sternatmosphären, Berlin 1938.

$\log N_{r,s}H$  wurde sofort ein Mittelwert unter Berücksichtigung der Zuverlässigkeit der Einzelwerte abgeleitet. Spalte 7 endlich gibt Auskunft über die bei der Berechnung der  $\log N_{r,s}H$  angewandten  $f$ -Werte mit Hinweisen auf das der Tabelle folgende Verzeichnis der diesbezüglichen Spezialliteratur. Diesem folgen noch ein Reihe von Anmerkungen, die auf Besonderheiten der einzelnen Spektren hinweisen.

#### 4. Ionisation und Anregung. Mittelwerte von Temperatur und Elektronendruck in der Sonnenatmosphäre.

Unsere nächste Aufgabe wäre nun, unter Berücksichtigung der thermischen Ionisation und Anregung aus den  $N_{r,s}H$  die Gesamtzahl  $NH$  der Atome des betr. Elementes zu berechnen. Zuvor aber müssen wir aus den Beobachtungen selbst die Mittelwerte der Temperatur  $T$  und des Elektronendruckes  $P_e$  in der Sonnenatmosphäre ermitteln. Für die Zahlenrechnung ist es nach H. N. RUSSELL (s. S. 307) zweckmäßig, noch das sog. „Ionisationsniveau“ einzuführen; d. h. diejenige Ionisationsspannung, für welche — wenn man alle statistischen Gewichte gleich Eins gesetzt denkt — die Anzahl der ionisierten und neutralen Atome gleich wird. An Stelle von  $T$  benützen wir vielfach auch die Hilfsgröße  $\Theta = \frac{5040}{T}$ .

Dann gilt zunächst

$$\bar{\chi} \Theta = \frac{5}{2} \log T - 0,48 - \log P_e.$$

Das Verhältnis der Atomzahlen für zwei beliebige Zustände des Atoms ( $r, s$ ) und des Ions ( $r + 1, t$ ) ist jetzt nach den Formeln von SAHA und BOLTZMANN gegeben durch:

$$\log \frac{N_{r+1,t}/g_{r+1,t}}{N_{r,s}/g_{r,s}} = \left\{ \bar{\chi} - (\chi_r + \chi_{r+1,t} - \chi_{r,s}) \right\} \Theta + \log 2. \quad (7)$$

Dabei bedeuten wieder  $g_{r+1,t}$  bzw.  $g_{r,s}$  die statistischen Gewichte der betr. Zustände.  $\chi_r$  ist die Ionisierungsspannung,  $\chi_{r+1,t}$  die Anregungsspannung beim Ion,  $\chi_{r,s}$  beim neutralen Atom (alles in e-Volt).

Zur Anwendung der Gl. (7) erscheint es zweckmäßig, an Hand der Tab. 1 zunächst „Normalpunkte“ zu bilden. D. h. wir ziehen die nach Spalte 6 und 3 für verschiedene  $\chi_{r,s}$  (bzw.  $\chi_{r+1,t}$ ) berechneten  $\log \frac{N_{r,s} \cdot H}{g_{r,s}}$  auf „Schwerpunkte“ in der Skala der  $\chi_{r,s}$  zusammen. Da es sich hierbei nur um Anregungsunterschiede von höchstens 1 Volt handelt, genügt für

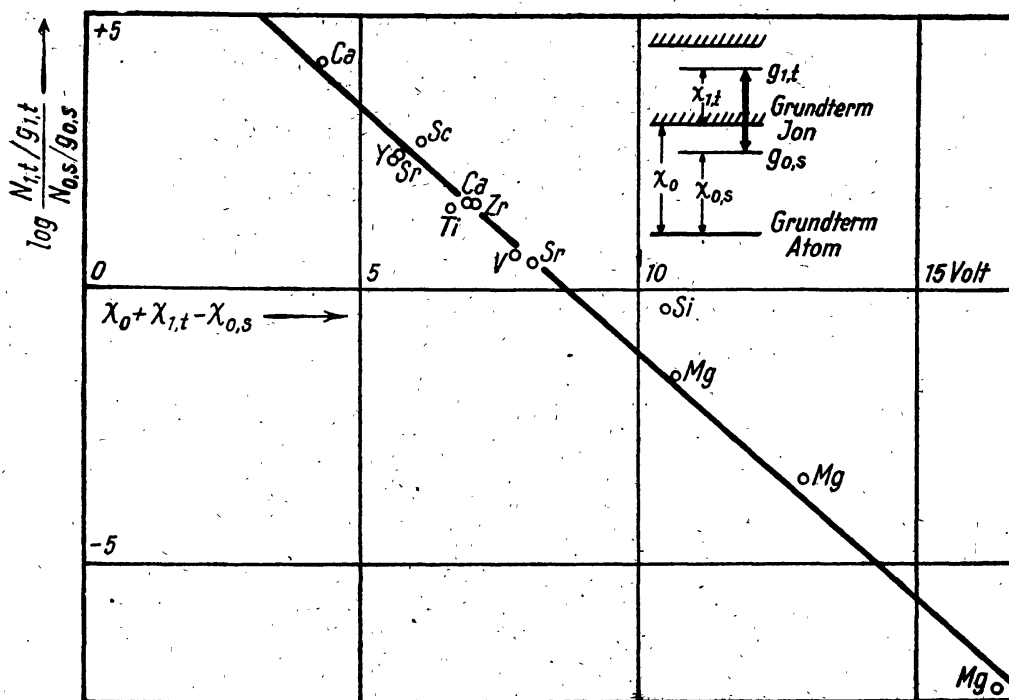


Abb. 1. Ionisation und Anregung in der Sonnenatmosphäre.

die Reduktion ein verhältnismäßig roher Wert von  $\Theta$  bzw.  $T$ . Eine Proberechnung ergab  $\Theta = 0,868$ . Damit wurden nun die in Tab. 2 zusammengestellten  $\log \frac{N_{r,s} H}{g_{r,s}}$  . . . berechnet (oberer Teil der Tabelle). Im unteren Teil der Tab. 2 geben wir sodann im Hinblick auf Gl. (7) die  $\chi_0 + \chi_{1,t} - \chi_{0,s}$  und die zugehörigen linken Seiten dieser Gleichung für alle möglichen Kombinationen unserer Normalpunkte. (Für ein Element sind letztere also natürlich nicht ganz unabhängig voneinander.)

Tabelle 2. Berechnung des Ionisationsniveaus  $\bar{\chi}$  und der Temperatur  $T$  (bzw.  $\Theta = \frac{5040}{T}$ ) der Sonnenatmosphäre.

Element; $\chi_0$ (Volt)	Mg 7,61	Si 8,12	Ca 6,09	Sc 6,7	Ti 6,81	V 6,76	Sr 5,67	Y 6,5	Zr 6,92
$\chi_{0,s}; \log \frac{N_{0,s} \cdot H}{g_{0,s}}$	0,00 19,50 3,50 15,70 5,82 13,81	5,75 12,84	0,00 16,43 2,60 13,89	0,80 12,02	1,50 13,14	0,80 12,67	0,00 13,04	1,35 11,73	0,60 11,19
$\chi_{1,t}; \log \frac{N_{1,t} \cdot H}{g_{1,t}}$	8,82 12,23	8,08 12,46	0,80 17,99	0,16 14,69	1,30 14,58	1,80 13,29	0,00 15,44 2,40 13,53	0,41 14,03	0,71 12,70
$\chi_0 + \chi_{1,t} - \chi_{0,s}$ und $\log \frac{N_{1,t}/g_{1,t}}{N_{0,s}/g_{0,s}}$	.16,43 -7,27 12,93 -3,47 10,61 -1,58	10,45 -0,38	6,89 1,56 4,29 4,10	6,06 2,67	6,61 1,44	7,76 0,62	5,67 2,40 8,07 0,49	5,56 2,30	7,03 1,51

Die graphische Ausgleichung nach Gl. (7) in Abb. 1 ergibt

$$\left. \begin{aligned} \Theta &= 0,888 \text{ und } \bar{\chi} = 8,33 \text{ Volt} \\ \text{und damit} \\ T &= 5675^\circ \text{ und } \log P_e = 1,51. \end{aligned} \right\} (8)$$

Die Streuung der Meßpunkte um die ausgleichende Gerade entspricht dem erwarteten Fehler der  $\log N_{r,s} \cdot H$  von etwa  $\pm 0,3$ . Nur Si fällt stärker heraus; anscheinend ist der auf 2 Linien beruhende Wert für SiIII aus nicht recht ersichtlichen Gründen zu hoch. Daß die Meßpunkte in Abb. 1 keinerlei Hinweis auf eine Krümmung der „Anregungskurve“ erkennen lassen, trotzdem diese ein Intervall von 12 Volt umfaßt, läßt den Schluß zu, daß in den durch unsere Untersuchung erfaßten Schichten der Sonnenatmosphäre (Spektrum von  $\odot$ -Mittel) noch *keinerlei Abweichungen vom thermischen Gleichgewicht bestehen*. Wir bestätigen damit ein Ergebnis, das A. ROSA<sup>1</sup> vor kurzem schon bei einer detaillierten Studie über die Balmerlinien des Sonnenspektrums erhalten hat.

Damit können wir nun aus den  $N_{r,s} \cdot H$  mit Hilfe der Formeln von BOLTZMANN und SAHA die Gesamtzahl  $NH$  der Atome (über  $1 \text{ cm}^2$ ) für jedes Element und damit dessen *Häufigkeit in der Sonnenatmosphäre* berechnen. Bei den komplizierteren Spektren ist zu beachten, daß die *Zustandsummen* oft bis zu Anregungsspannungen von 3 Volt erstreckt werden müssen, was an Hand der Tabellen von Ch. E. MOORE sowie BACHER u. GOUDSMIT keine Schwierigkeiten bereitet. Es befinden

<sup>1</sup> ROSA, A.: Z. Astrophysik 24, 38 (1947).



sich vielfach erheblich mehr Atome in angeregten Zuständen als im Grundzustand der betr. Ionisationsstufe.

In der letzten Spalte von Tab. 1 haben wir mit Hilfe der Zustandgrößen (8) für jedes  $N_{r,s}H$  die zugehörige Gesamtzahl  $NH$  berechnet. Die Streuung der Einzelwerte hält sich meist in den erwarteten Grenzen, was besonders befriedigend ist, wenn mehrere unabhängig voneinander ermittelte  $f$ -Werte zur Anwendung kamen. Bei der Bildung der endgültigen *Mittelwerte* von  $\log NH$  (ganz rechts) wurde der unterschiedlichen Qualität der Einzelwerte Rechnung getragen.

5. *Vergleich mit anderen Untersuchungen. Die kosmische Häufigkeitsverteilung der Elemente. Druck in der Sonnenatmosphäre.*

In der folgenden Tab. 3 haben wir zunächst unsere *Häufigkeitszahlen*  $\log NH$  nochmals zusammengestellt (Spalte 3), um sie mit den von B. STRÖMGREN<sup>1</sup> ebenfalls für die Sonne erhaltenen (Spalte 4) zu vergleichen. Letztere wurden durch Addition einer passenden Konstante gleich so normiert, daß sich im Durchschnitt möglich gute Übereinstimmung ergibt. Die Differenzen sind erfreulich geringfügig. Selbst beim Wasserstoff (wo aus schon erörterten Gründen STRÖMGRENS Wert zuverlässiger ist, als unserer) zeigt sich nur ein  $\Delta \log NH = 0,52$ .

Sodann vergleichen wir die chemische Zusammensetzung der Sonne mit der ebenfalls ziemlich genau bekannten des B0-Sternes  $\tau$  Scorpii<sup>2</sup> (Spalte 5). Um die  $\log NH$  aneinander anzupassen, müssen wir zu denen von  $\tau$  Sco 2,14 addieren, d. h. die Sonnenatmosphäre hat eine 138 mal größere Mächtigkeit, als die des B0-Sternes. Die restlichen Differenzen Sonne (Mittelwert von UNSÖLD und STRÖMGREN) gegen  $\tau$  Scorpii liegen durchweg unter 0,29, ihr quadratischer Mittelwert ist 0,18. D. h. die chemische Zusammensetzung der beiden Sterne stimmt hinsichtlich der in beiden erfaßbaren Elemente H, C, N, O, Mg, Al und Si innerhalb der Fehlergrenzen unserer Methodik ( $\Delta \log NH \sim \pm 0,3$ ) völlig überein. Dieses Ergebnis ist insofern keineswegs selbstverständlich, als die Sonne und  $\tau$  Sco sich einmal hinsichtlich des physikalischen Zustandes ihrer Atmosphären erheblich unterscheiden und sodann auch kosmologisch eine recht verschiedene Stellung einnehmen:  $\tau$  Sco gehört dem Scorpio-Centaurus-Sternstrom an; sein Alter<sup>3</sup> dürfte nicht über  $5 \cdot 10^7$  Jahre liegen, während die Sonne ein Einzelstern ist, der offenbar mit dem Gros der Milchstraßensterne vor  $\sim 3 \cdot 10^9$  Jahren entstand. Angesichts dieser Sachlage wird man kaum fehlgehen, wenn man die gefundene Häufigkeitsverteilung der Elemente auf *alle* Hauptsequenzsterne verallge-

<sup>1</sup> STRÖMGREN, B.: Festschrift für E. Strömgren, Kopenhagen (Munksgaard) 1940.

<sup>2</sup> UNSÖLD, A.: Z. Astrophysik **21**, 76 (1941).

<sup>3</sup> UNSÖLD, A.: Z. Astrophysik **24**, 278 (1948).

meinert. Ob sie auch für Giganten und Übergiganten noch zutrifft, können erst spätere Untersuchungen entscheiden.

Als nächstes vergleichen wir unsere Ergebnisse mit der von H. N. RUSSELL ebenfalls aus dem Sonnenspektrum ermittelten Häufigkeitsverteilung der Elemente (Spalte 6).

Zwecks Angleichung haben wir zu den revidierten Werten RUSSELLS<sup>1</sup> durchweg 12,6 addiert. Die Abweichungen sind hier — namentlich bei den von RUSSELL selbst durch: als unsicher bezeichneten Werten — oft ziemlich erheblich. Wie auch der Vergleich mit geochemischen und Meteoriten-Analysen (s. u.) nahelegt, dürfte der Hauptteil der Fehler bei RUSSELL zu suchen sein, was in Anbetracht der damals noch recht primitiven Methodik von vornherein zu erwarten war.

Tabelle 3.  $\log NH$ . Kosmische Häufigkeitsverteilung der Elemente.

Z	El.	Sonne (Unsöld)	Sonne (Ström- gren)	$\tau$ Scorpii (Unsöld)	Sonne (Russell)	Meteoriten		$\log \mu$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(Gold- schmidt (7)	(Noddack) (8)	(9)
1	H	24,13	24,65	24,41	23,1			0,00
2	He			23,66	21,6?			0,60
3	Li				14,6:	16,20	16,03	0,84
4	Be				14,4	15,50	16,22	0,95
5	B				17,6:	15,58		1,03
6	C	20,94		20,65	20,1	17,72	17,88	1,08
7	N	21,26		20,99	20,6:		15,88	1,15
8	O	21,38		21,40	21,6	20,74	20,60	1,20
9	F				18,6:	16,52		1,28
10	Ne			21,46				1,30
11	Na	18,93	18,59		19,8	18,85	18,68	1,36
12	Mg	20,16	20,23	20,17	19,9	20,14	20,00	1,39
13	Al	18,98		18,97	19,0	19,14	18,98	1,43
14	Si	19,94		20,21	20,1	20,20	20,08	1,45
15	P				16,6:	17,96	17,94	1,49
16	S	19,57			18,3:	19,26	19,20	1,51
17	Cl					17,9(?)	17,60	1,55
18	Ar							1,60
19	K	17,85	17,95		19,4:	18,04	18,01	1,59
20	Ca	18,88	18,86		19,3	18,96	18,88	1,60
21	Sc	15,98			16,2	15,38	16,58	1,65
22	Ti	17,61			17,8	17,87	17,83	1,68
23	V	16,70			17,6	16,31	16,96	1,71
24	Cr	18,23			18,3	18,25	18,20	1,72
25	Mn	18,11			18,5	18,02	17,80	1,74
26	Fe	20,37			19,8	20,15	20,37	1,75
27	Co	17,68			18,2	17,74	18,03	1,77

<sup>1</sup> RUSSELL-DUGAN-STEWART: Astronomy and Astrophysics, 2. Aufl.; Bd. II, S. 503 (Ginh. Cie).

Tabelle 3. Fortsetzung.

Z (1)	El. (2)	Sonne (Unsöld) (3)	Sonne (Russell) (6)	Meteoriten		log $\mu$ (9)
				(Goldschmidt) (7)	(Noddack) (8)	
28	Ni	18,60	18,6	18,86	19,22	1,77
29	Cu	16,88	17,6	16,86	17,19	1,80
30	Zn	17,43	17,5	16,76	16,71	1,82
31	Ga		14,6:	15,12	15,30	1,84
32	Ge		15,6	16,47	16,83	1,86
33	As			Spur	16,88	1,87
34	Se			15,38	16,22	1,90
35	Br			15,83	14,30	1,90
36	Kr					1,92
37	Rb		14,3:	15,03	14,90	1,93
38	Sr	16,00	15,9	15,80	16,10	1,94
39	Y	15,86	15,2	15,19	15,78	1,95
40	Zr	15,02	15,1	16,34	16,22	1,96
41	Nb		13,6:		14,64	1,97
42	Mo	14,43	14,0	15,18	15,38	1,98
43	—					
44	Ru		14,3	14,76	15,38	2,01
45	Rh		13,1	14,31	14,71	2,01
46	Pd		13,7	14,60	15,26	2,03
47	Ag		13,6	14,71	14,78	2,03
48	Cd		14,8:	Spur	15,06	2,05
49	In		12,6:	13,56	13,03	2,06
50	Sn		13,8?	15,66	16,46	2,07
51	Sb		13,4:	Spur	14,46	2,09
52	Te			?	14,30	2,11
53	J			14,33		2,10
54	X					2,11
55	Cs		?	13,20	13,06	2,12
56	Ba	15,60	15,9	15,12	15,35	2,14
57	La		14,4	14,52		2,14
58	Ce		15,0	14,57?	14,64	2,15
59	Pr		13,2:	14,18		2,15
60	Nd		14,6	14,72	14,50	2,16
61	Il					—
62	Sm		14,1	14,26	14,49	2,18
63	Eu		14,0:	13,65		2,18
64	Gd		13,7:	14,42		2,20
65	Tb			13,92		2,20
66	Dy		14,2:	14,51		2,21
67	Ho			13,96		2,21
68	Er		12,7:	14,41		2,22
69	Tu		13,1:	13,66		2,23
70	Yb		13,6:	14,38		2,24
71	Cp		13,6:	13,88		2,24
72	Hf		13,0	14,38	13,92	2,25
73	Ta		12,6:		14,08	2,26
74	W		12,8	15,36	15,27	2,26

Tabelle 3. Fortsetzung.

Z	El.	Sonne (Unsöld)	Sonne (Russell)	Meteoriten		log $\mu$
				(Goldschmidt)	(Noddack)	
(1)	(2)	(3)	(6)	(7)	(8)	(9)
75	Re			11,46	11,71	2,27
76	Os		13,1:	14,44	14,75	2,28
77	Ir		12,4?	13,96	14,10	2,29
78	Pt		14,2	14,66	14,96	2,29
79	Au			13,96	13,88	2,29
80	Hg					2,30
81	Tl			Spur	12,35	2,31
82	Pb	15,2	13,8	15,16	15,92	2,32
83	Bi			Spur	13,60	2,32
90	Th			13,97	14,12	2,37
92	U			13,56		2,38

Schließlich ziehen wir zum Vergleich noch die von V. M. GOLDSCHMIDT<sup>1</sup> sowie I. und W. NODDACK<sup>2</sup> bestimmte mittlere Häufigkeit der Elemente in den *Meteoriten* heran (Spalte 7 und 8). Zur Angleichung haben wir zu den Häufigkeits-Logarithmen von GOLDSCHMIDT 18,20, von NODDACK 20,60 addiert. Die Übereinstimmung zwischen *Sonne* (UNSÖLD und STRÖMGREN) und *Meteoriten* ist im ganzen so gut, wie man nur erwarten kann. Daß die „atmosphären“ Elemente<sup>3</sup> C, N, O (!) sowie selbstverständlich die Edelgase auf den Meteoriten schwächer vertreten sind als auf der Sonne, erscheint nicht verwunderlich. Wo zwischen UNSÖLD und RUSSELL große Differenzen auftreten, sprechen die Meteoritenanalysen — wie schon bemerkt — meist für die neuere Bestimmung (z. B. Na, S, K, V, Cu . . .). Bei den schweren Elementen ( $Z > 40$ ) liegen die nur von RUSSELL spektroskopisch auf der Sonne bestimmten Häufigkeiten meist unter den Meteoriten-Werten. Wir möchten *vermuten*, daß dieser Effekt auf systematischen Fehlern beruht.

Die Berechnung der kosmischen Häufigkeit der Isotope kann an Hand der „Kernphysikalischen Tabellen“ von J. MATTAUCH und S. FLÜGGE<sup>4</sup> leicht durchgeführt werden.

Die *kosmische Häufigkeitsverteilung* für alle Elemente, deren  $\log NH > 18,7$  ist (die übrigen können dagegen mengenmäßig vernachlässigt werden), haben wir in Tab. 4 nochmals zusammengestellt (Spalte 2 u. 3). Wir können jetzt sicher sein, daß diese Liste *vollständig* ist. Die Fehlergrenzen der einzelnen  $\log NH$  dürften hier  $\pm 0,3$  kaum überschreiten.

<sup>1</sup> GOLDSCHMIDT, V. M.: Skrifter Norske Videnskaps-Akademi Oslo, I. Math.-Naturw. Klasse, N<sup>o</sup> 4, 1938, pg. 99—101.

<sup>2</sup> NODDACK, I. u. W.: Naturwiss. 18, 757 (1930).

<sup>3</sup> Hierzu GOLDSCHMIDT, V. M.: J. chem. Soc. 1937, S. 659.

<sup>4</sup> MATTAUCH J. u. S. FLÜGGE: Kernphysikalische Tabellen. Berlin 1942.

Nach der SAHASchen Gleichung kann man weiterhin leicht berechnen, wieviel *freie Elektronen* zu diesen Atomen bzw. Ionen gehören (Spalte 4).

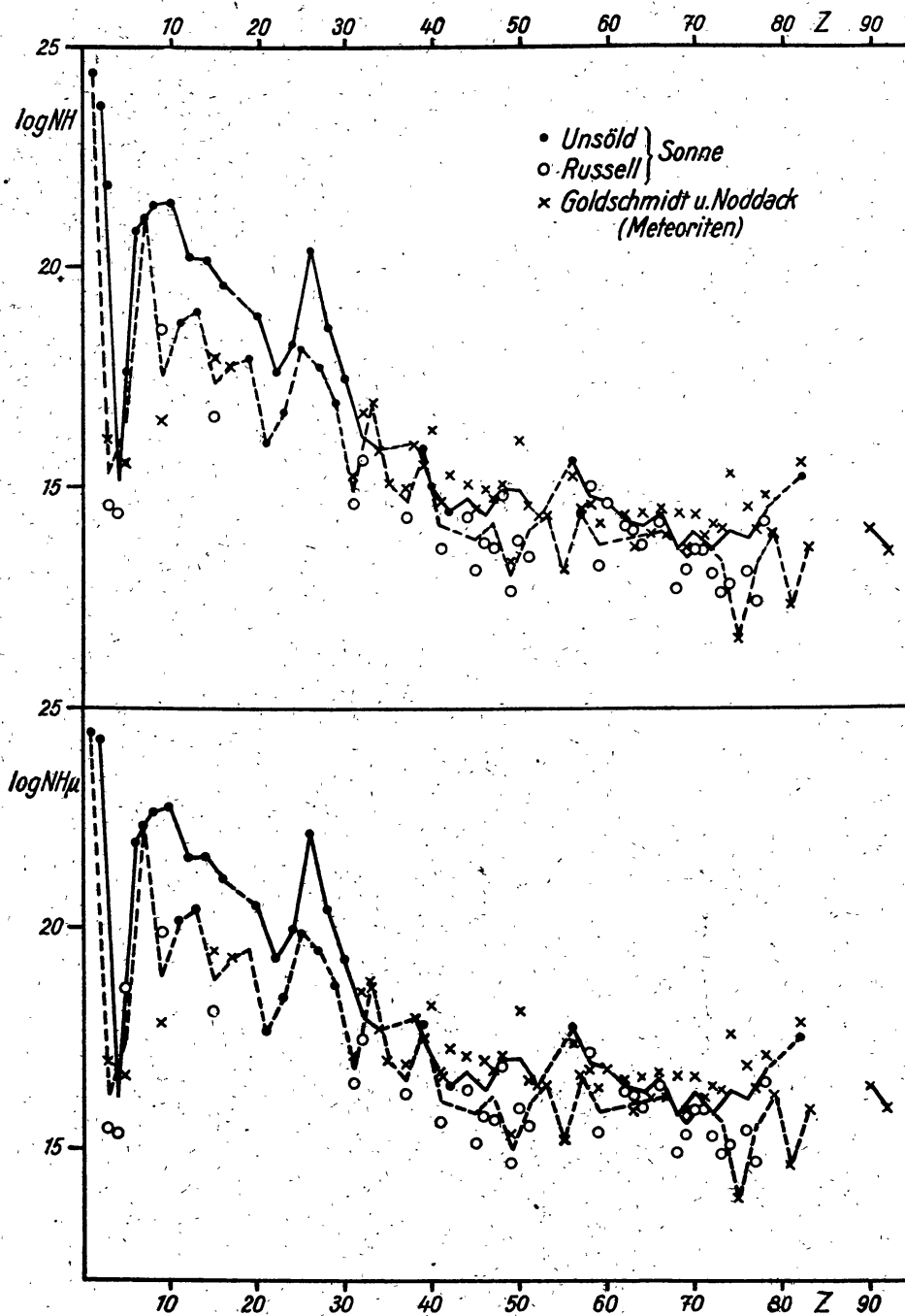


Abb. 2. Häufigkeit der Elemente nach Atomzahlen (oben) und Masse (unten).

85% der freien Elektronen kommen von den drei Elementen Mg, Si und Fe.

Die Verteilung der Elemente *nach Masse* charakterisieren wir durch Angabe der  $\log NH\mu$ , wo  $\mu$  das Atomgewicht bedeutet (Spalte 5 und 6).

Am Fuß der Tabelle 4 haben wir noch die Summen der  $NH$ ,  $NH\mu$  und  $n_e H$  vermerkt, so daß wir die Häufigkeit jedes Elementes sofort auch in Bruchteilen der Gesamtzahl bzw. Gesamtmasse ausdrücken können. Die nicht aufgeführten selteneren Elemente können an diesen Zahlen praktisch nichts mehr ändern. Ebenso ist es belanglos, ob man in der  $\Sigma NH$  die Elektronen mitrechnet oder nicht.

Tab. 4. Das kosmische Verteilungsgesetz der häufigeren Elemente ( $\log NH > 18,7$ ).

El.	$\log NH$	$NH \cdot 10^{-20}$	$n_e H \cdot 10^{-18}$	$\log NH\mu$	$NH\mu \cdot 10^{-20}$	Meteoriten (Erde) $NH\mu \cdot 10^{-20}$
1 H	24,40	25100	60,3	24,40	25100	—
2 He	23,66	4570	—	24,26	18200	—
6 C	20,80	6,31	—	21,88	75,9	0,1
7 N	21,13	13,5	—	22,28	190	—
8 O	21,39	24,5	—	22,59	389	74,2
10 Ne	21,46	28,8	—	22,76	575	—
11 Na	18,76	0,057 <sub>5</sub>	5,8	20,12	1,32	1,3
12 Mg	20,19	1,55	144,5	21,58	38,0	28,9
13 Al	18,98	0,095 <sub>5</sub>	9,3	20,41	2,57	3,1
14 Si	20,15	1,41	91,2	21,60	39,8	38,9
16 S	19,57	0,371	—	21,08	12,0	5,5
20 Ca	18,88	0,075 <sub>9</sub>	7,6	20,48	3,02	3,3
26 Fe	20,37	2,34	209,0	22,12	132	102,0
$\Sigma$		29750	528		44760	257
$\log \Sigma$		24,47	20,72		24,65	22,41

Aus diesen Zahlen können wir, wie dies schon s. Zt. H. N. RUSSELL mit seinem unvollkommeneren Material versuchte, einige weitere Schlüsse ziehen.

Zunächst ergibt sich das Verhältnis von Gasdruck  $P_g$  zu Elektronendruck  $P_e$

$$\log \frac{P_g}{P_e} = 24,47 - 20,72 = 3,75. \quad (9)$$

Andererseits wird der Gasdruck  $P_g$  selbst am Fuße unserer oft betrachteten Säule von 1 cm<sup>2</sup> Querschnitt nach der Grundgleichung der Hydrostatik

$$P_g = m_H \cdot g \cdot \Sigma NH\mu, \quad (10)$$

wo  $m_H = 1,66 \cdot 10^{-24}$  gr die Masse der Atomgewichtseinheit und  $g = 2,74 \cdot 10^4$  cm sec<sup>-2</sup> die Schwerebeschleunigung an der Sonnenoberfläche bedeutet. Man erhält also (in Bar) den Gasdruck

$$\log P_g = 5,31 \quad (11)$$

und mit Gl. (9) den zugehörigen Elektronendruck

$$\log P'_e = 1,56. \quad (12)$$

Hätten wir es (wie beim SCHUSTER-SCHWARZSCHILD-Modell) mit einer von der Photosphäre völlig getrennten umkehrenden Schicht zu tun, so wäre deren *mittlerer* Gas- bzw. Elektronendruck die Hälfte der durch (11) und (12) gegebenen Werte. Ist dagegen die Atmosphäre mehr nach dem Schema von MILNE-EDDINGTON gebaut, so überlegt man leicht, daß dann der *mittlere* Gas- bzw. Elektronendruck näher an den durch (11) und (12) selbst beschriebenen Werten liegt<sup>1</sup>. D. h. es folgt aus unseren Überlegungen jedenfalls, daß der *mittlere* Elektronendruck der Sonnenatmosphäre zwischen den Werten

$$\log P_e = 1,56 \text{ bis } 1,26 \quad (13)$$

liegt, was zu dem aus der thermischen Anregung und Ionisation in Gl. (8) erhaltenen

$$\log P_e = 1,51 \quad (14)$$

ausgezeichnet paßt.

Die von uns — ohne jede Benützung einer Theorie des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten — empirisch bestimmten mittleren Zustandsgrößen der Sonnenatmosphäre (8) bzw. (13) passen ausgezeichnet zu dem Modell von M. RUDKJØBING (s.S. 308), bei dem die Temperatur von  $T = 5675$  in Verbindung mit  $\log P_e = 1,38$  in der optischen Tiefe  $\tau_0 = 0,595$  auftritt. Einen Mittelwert von  $\tau$  in dieser Größenordnung mußte man andererseits nach der Theorie des *Strahlungsgleichgewichtes* von vornherein erwarten: Die — z. Z. wohl genauesten — Berechnungen von P. TEN BRUGGENCATE<sup>2</sup> geben für  $\lambda 4265$  (wir hatten ja in Abschn. 2 d alles auf  $\lambda 4000$ — $4700$  reduziert!)  $\tau_0 = 0,68$  und für  $\lambda 5062$  das etwas kleinere  $\tau_0 = 0,58$ .

Im Hinblick auf kosmogonische Betrachtungen<sup>3</sup> mag es noch interessant sein auszurechnen, welcher Bruchteil der durch Tab. 4 beschriebenen „Urmaterie“ sich bei der *Bildung der Erde* kondensiert hat. Wir haben daher in Spalte 7 noch die Häufigkeit (nach Masse) der Elemente in den Meteoriten (deren mittlere Zusammensetzung der Gesamterde weitgehend entsprechen dürfte) angeschrieben. Da wir ja bei den schweren Elementen Übereinstimmung zwischen Sonne und Erde erwarten, so

<sup>1</sup> Bei der spektroskopischen Bestimmung der  $\log g$  von B und O-Sternen (Z. Astrophysik **21**, 78 (1941) und **23**, 109 (1944) — bes. Abb. 2 —) hatte Verf. nur die *erstere* Möglichkeit in Betracht gezogen. Möglicherweise sind daher die dort angegebenen  $\log g$  noch um etwa 0,2 zu verkleinern (die Änderung liegt noch innerhalb der Fehlergrenzen!).

<sup>2</sup> BRUGGENCATE, P. TEN: Z. Astrophysik **23**, 134 (1944) (Tab. 5).

<sup>3</sup> v. WEIZSÄCKER, C. F.: Z. Astrophysik **22**, 319 (1944).

haben wir in Tab. 3 aus den Zahlen von GOLDSCHMIDT und NODDACK zunächst das Mittel gebildet und das so erhaltene  $NH$  mit  $\mu$  multipliziert. Der Vergleich der beiden letzten Spalten in Tab. 4 lehrt, daß mit dem Hauptteil der atmosphilen Elemente 99,42% der Urmaterie entflohen sind, während sich nur 0,58% in Form der inneren Planeten kondensierten!

Herrn Professor P. TEN BRUGGENCATE bin ich für die Möglichkeit, seine neueren Arbeiten schon im Manuskript kennenzulernen, zu großem Dank verbunden. Ebenso möchte Verf. Herrn Professor L. BIERMANN für die freundliche Überlassung unpublizierter  $f$ -Werte herzlich danken.