

Zeitschrift für Astrophysik 69, 403—417 (1968)

Mitteilung aus dem Fraunhofer Institut Nr. 85

## Bestimmung des Apparateprofils eines Gitterspektrographen mit Hilfe eines Lasers

R. GÖHRING

Eingegangen am 19. September 1968

### *Determination of the Instrumental Profile of a Grating Spectrograph by Use of a Laser*

One mode of a He-Ne-gaslaser is isolated by a Fabry-Pérot interferometer and is used for the determination of the instrumental profile of a grating spectrograph. The profiles obtained are compared with the theoretical ones, being calculated for different illuminations of the grating in part I. In the core the two profiles are equal within the errors of measurement. In the wings deviations occur, which are smallest in the blaze region. On the red side of the observed profile the first secondary maximum is strongly enhanced as compared to theory. The sum of the intensities of the Rowland ghosts amounts to about 1% of the central intensity in the 3rd and 4th order.

Mit Hilfe einer Interferometeranordnung wird ein Mode eines He-Ne-Gaslaser isoliert und zur Bestimmung des Apparateprofils eines Gitterspektrographen benutzt. Die gewonnenen Apparateprofile werden mit den im ersten Teil der Arbeit für verschiedene Ausleuchtungen des Gitters abgeleiteten theoretischen Apparateprofilen verglichen. Im Kern stimmen beide Profile innerhalb der Fehlergrenzen überein, in den Flügeln treten Abweichungen auf, die im Blaze-Bereich am geringsten sind. Auf der roten Seite des Apparateprofils ist das erste Nebenmaximum gegenüber dem des theoretischen stark erhöht. Die Summe der Intensitäten der Rowland-Geister liegt in der III. und IV. Ordnung in der Größenordnung von einem Prozent der Zentralintensität.

### Einleitung

Es wurde das Apparateprofil der Gitterspektrographen des Fraunhofer-Institutes am Turmteleskop auf dem Schauinsland bei Freiburg und am kuppellosen Coudé-Refraktor in Anacapri untersucht.

Bei der Verwendung einer Hg-Isotopenlampe stellten sich erhebliche Schwierigkeiten bei den Aufnahmen für das Apparateprofil ein. Bedingt durch die geringe Leistung der Lampe und das kleine Öffnungsverhältnis ( $\approx 1:80$ ) des Spektrographen auf Capri ergaben sich selbst bei Verwendung empfindlicher Filme Belichtungszeiten bis zu 24 Std, so daß die notwendige Stabilität des Spektrographen nicht gewährleistet war. Es wurde z. B. eine Halbwertsbreite des Apparateprofils von 15,6 mÅ für

die blaue Hg-Linie  $\lambda = 4358 \text{ \AA}$  in der VI. Ordnung gemessen; andererseits aber ließen sich die beiden Hyperfeinstrukturkomponenten  $g$  und  $e$  (Abstand  $11,6 \text{ m\AA}$ ) der Hg-Linie  $\lambda = 4358 \text{ \AA}$  bei Kontrollaufnahmen mit einer Hg-Niederdrucklampe und kurzen Belichtungszeiten eindeutig trennen. Die Differenz zwischen gemessener Halbwertsbreite und der aus der Trennung beider Hyperfeinstrukturkomponenten sich ergebender Halbwertsbreite von etwa  $12 \text{ m\AA}$  ist allein der Instabilität des Spektrographen zuzuschreiben.

Ein weiterer Versuch, das Apparateprofil aus den Hyperfeinstrukturkomponenten der Quecksilberlinien abzuleiten, zeigte, daß die Emissionslinie zu breit ist ( $\text{HWB} \approx 4 \text{ m\AA}$ ). Andererseits lassen sich die Flügel des Apparateprofils wegen der Überlagerung der verschiedenen Hyperfeinstrukturkomponenten nur ungenau bestimmen.

Deshalb wurde die Anwendung eines Lasers zur Bestimmung des Apparateprofils am Gitterspektrographen des Turmteleskopes auf dem Schauinsland erprobt.

Im ersten Teil dieser Arbeit werden die Formeln für das theoretische Apparateprofil zusammengestellt. Es werden drei Fälle unterschieden:

1. Die Projektion des Gitters auf eine Ebene senkrecht zur optischen Achse ist kleiner als das Objektiv.
2. Die Projektion des Gitters auf eine Ebene senkrecht zur optischen Achse ist größer als das Objektiv.
3. Die Projektion des Gitters auf eine Ebene senkrecht zur optischen Achse ist in der Breite kleiner als das Objektiv, die Gitterhöhe jedoch größer als dessen Durchmesser.

Der Fall 2 ist bei BRAHDE, 1966 bereits durchgerechnet, allerdings unter falschen Annahmen über die Reflexionsfunktion. Aus diesem Grund ist in Anhang I und II die Ableitung im einzelnen durchgeführt. In den Formeln werden nur direkt meßbare Größen genutzt, wie Brennweite des Objektivs, Längen in der bildseitigen Brennebene des Spektrographen usw.; dadurch erscheinen die Ausdrücke etwas schwerfälliger, sie haben aber den Vorteil direkter Anwendbarkeit. Im zweiten Teil der Arbeit wird die Isolierung eines Lasermoden, die Standardisierung und die Ergebnisse der Messungen beschrieben.

### Theorie

Die folgenden Formeln gelten unter der Annahme, daß der Spektrograph in Autokollimation arbeitet und die Spaltbeleuchtung inkohärent ist.

1. Für den Fall, daß das Gitter voll ausgeleuchtet ist, gilt die bekannte Beziehung für das Intensitätsverhältnis im Beugungsbild eines recht-

eckigen Gitters (vgl. WEIZEL, 1955) bei infinitesimalem Spalt:

$$\frac{I}{I_0} \propto \left\{ \sin \left[ \frac{1}{2} N b k (\cos \alpha - \cos \alpha_0) \right] / N \sin \left[ \frac{1}{2} k b (\cos \alpha - \cos \alpha_0) \right] \right\}^2. \quad (1)$$

Dabei ist  $N$  die Anzahl der Gitterstriche,  $b$  die Gitterkonstante.  $\alpha$  bzw.  $\alpha_0$  sind die Winkel, die reflektierter bzw. einfallender Strahl mit der Gitterebene bilden. In Autokollimation gilt speziell:

$$\alpha = \alpha_0 \pm d\alpha, \quad \cos \alpha - \cos \alpha_0 = \mp d\alpha \sin \alpha_0$$

$Nb \sin \alpha_0$  ist gleich der Projektion  $B$  der Gitterbreite  $B'$  auf die Ebene des Spektrographenobjektives. Betrachten wir die Intensitätsverteilung im Brennpunkt des Objektives (Brennweite  $f$ ), so ergibt sich mit  $\tan d\alpha = d\alpha = r/f$ :

$$\frac{I}{I_0} \propto \left\{ \sin \frac{\pi B r}{\lambda f} / N \sin \frac{\pi B r}{N \lambda f} \right\}^2. \quad (2)$$

Dabei ist  $r$  der senkrechte Abstand des Aufpunktes vom geometrisch-optischen Bild des infinitesimalen Spaltes.

Für große Werte von  $N$  können wir im Nenner von (2) den Sinus durch sein Argument ersetzen und erhalten:

$$\frac{I}{I_0} \propto \left\{ \sin \left[ \frac{\pi B r}{\lambda f} \right] / \frac{\pi B r}{\lambda f} \right\}^2. \quad (3)$$

Dies ist die bekannte Intensitätsverteilung, die eine rechteckige Öffnung der Breite  $B$  im Fokus einer Linse mit der Brennweite  $f$  erzeugt.

2. Ist die Projektion der Gitterfläche auf eine Ebene senkrecht zur optischen Achse größer als das Objektiv, so wird auf dem Gitter eine elliptische Fläche ausgeleuchtet, die der Projektion der Objektivöffnung auf die Gitterfläche entspricht. Die Anzahl  $N$  der Gitterstriche, die innerhalb der Ellipse liegen, ist

$$N = 2R/b \sin \alpha_0$$

dabei ist  $R$  der Radius des Objektives,  $b$  die Gitterkonstante und  $\alpha_0$  der Winkel, den das Gitter mit der optischen Achse einschließt. Die Intensitätsverteilung in der bildseitigen Brennebene des Spektrographen läßt sich genau wie im Fall eines rechteckigen Gitters ableiten (Anhang I). Setzen wir eine punktförmige Lichtquelle voraus, so erhalten wir:

$$I(r) \propto \left( b \sum_{j=0}^N \sqrt{R^2 - b^2 \left( \frac{N}{2} - j \right)^2 \sin^2 \alpha_0} \cos \left\{ \frac{kr}{Nf} j \cdot 2R \right\} \right)^2 + \left( b \sum_{j=0}^N \sqrt{R^2 - b^2 \left( \frac{N}{2} - j \right)^2 \sin^2 \alpha_0} \sin \left\{ \frac{kr}{Nf} j \cdot 2R \right\} \right)^2 \quad (4)$$

$r$  ist wieder der Abstand der Aufpunktes vom geometrisch-optischen Bildpunkt der Lichtquelle. Für eine große Anzahl von Gitterstrichen können wir die Summation durch Integrale ersetzen und erhalten

(Anhang II) die Intensitätsverteilung

$$\frac{I(r)}{I_0} \propto \left\{ J_1 \left( \frac{2\pi Rr}{\lambda f} \right) / \frac{2\pi Rr}{\lambda f} \right\}^2. \quad (5)$$

$J_1$  ist die Besselfunktion erster Art und erster Ordnung. Formel (5) stellt die Beugungsverteilung dar, die ein Objektiv bei Ausleuchtung mit einem parallelen Bündel in seiner Brennebene erzeugt. Die Beugungsverteilung wird hier durch die Geometrie des Objektivs bestimmt, während im Fall eines voll ausgeleuchteten Gitters die Verteilung durch das Rechteck gegeben ist, das der Projektion des Gitters auf eine Ebene senkrecht zur optischen Achse entspricht. Die kleinste Blende im parallelen Strahlengang (Austrittspupille) bestimmt also die Beugungsverteilung.

3. Neben den oben diskutierten zwei Extremfällen kann in der Praxis der Fall auftreten, daß die Breite der auf die Objektivenebene projizierte Gitterfläche kleiner als der Durchmesser des Objektivs, die Höhe aber größer als der Durchmesser ist. Für die symmetrische Anordnung, d. h. daß das Zentrum des Gitters in der optischen Achse liegt, gilt dann (Anhang III):

$$I(r) \propto \left( \pi J_1 \left( \frac{2\pi Rr}{\lambda f} \right) / \frac{2\pi Rr}{\lambda f} - 2 \int_0^{\arccos [B/2R]} \cos \left\{ \frac{2\pi Rr}{\lambda f} \cos t \right\} \sin^2 t \, dt \right)^2. \quad (6)$$

Dabei ist  $B$  wieder die Projektion der Gitterbreite  $B'$  auf eine Ebene senkrecht zur optischen Achse. Für  $B \geq 2R$  gilt die Beziehung (5). Für  $B < 2R$  wird sich mit kleiner werdendem  $B$  die Intensitätsverteilung (6) immer mehr derjenigen eines rechteckigen Gitters annähern. In Abb. 1 ist die Halbwertsbreite HWB der Intensitätsverteilung (6) gegen den Gitterdrehwinkel  $\varphi = 90^\circ - \alpha_0$  aufgetragen.  $B'$  wurde gleich  $2R$  gesetzt und die Halbwertsbreite der Intensitätsverteilung einer rechteckigen Öffnung (Breite =  $2R$ ) auf 1 normiert. Darauf wurden alle Halbwertsbreiten bezogen. Zum Vergleich ist der Verlauf der Halbwertsbreite eines rechteckigen Gitters der Breite  $B' = 2R$  eingezeichnet. Für  $\varphi = 0^\circ$  beträgt der Unterschied in den Halbwertsbreiten mehr als 13%, bei den oft benutzten Gitterdrehwinkeln  $\varphi$  von  $40^\circ - 50^\circ$  ist er nur noch 5%.

Das theoretische Apparateprofil ergibt sich aus der Faltung der Beugungsverteilungen mit einer Rechtecksverteilung der Breite  $v \cdot s$ , wobei  $s$  die Breite des Eintrittsspalt und  $v$  den Vergrößerungsfaktor der optischen Abbildung angibt. Das theoretische Apparateprofil für eine rechteckige Austrittspupille (Fall 1, Gitter voll ausgeleuchtet), inkohärente Spaltbeleuchtung und ideales Gitter findet man bei UNSÖLD, 1955. Auch für eine runde Öffnung läßt sich unter den gleichen Annahmen ein geschlossener Ausdruck angeben. Wir denken uns die punktförmige Lichtquelle in Dispersionsrichtung zu einer Lichtlinie auseinandergezogen.

Mit einem Vergrößerungsfaktor  $v = 1$  erhalten wir dann für das theoretische Apparateprofil in der Brennebene des Spektrographen:

$$I(r) \propto \int_{r-s/2}^{r+s/2} \left[ J_1\left(\frac{2\pi R \varrho}{\lambda f}\right) / \frac{2\pi R \varrho}{\lambda f} \right]^2 d\varrho. \quad (7)$$

Wir führen nach VAN CITTERT, 1930 mit Hilfe der Substitution

$$\frac{2\pi R \varrho}{\lambda f} = x; \quad \frac{2\pi R r}{\lambda f} = w; \quad \frac{2\pi R s}{\lambda f} = \sigma$$

die Parameter  $w$  und  $\sigma$  ein. Der Ausdruck (7) wird dann

$$I(w) \propto \int_{w-\sigma/2}^{w+\sigma/2} \left( \frac{J_1(x)}{x} \right)^2 dx.$$

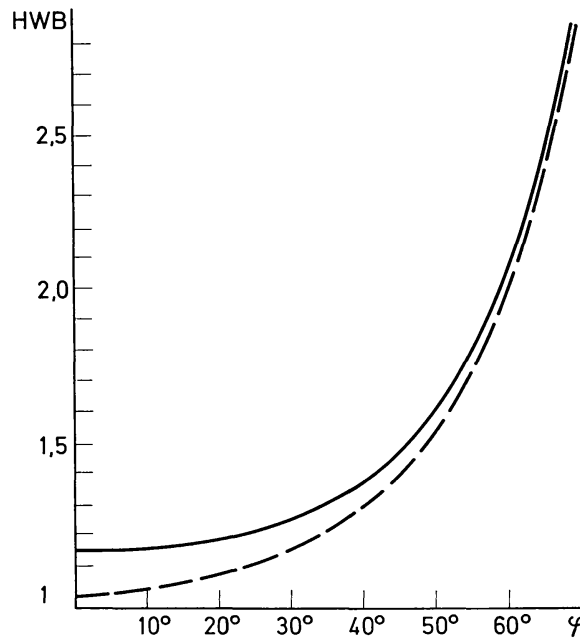


Abb. 1. Abhängigkeit der Halbwertsbreite HWB der Intensitätsverteilung (6) vom Gitterdrehwinkel  $\varphi = 90^\circ - \alpha_0$  (—). Zum Vergleich ist der Verlauf der normierten Halbwertsbreite eines rechteckigen Gitters der Breite  $B' = 2R$  eingetragen (---)

Dieses Integral läßt sich geschlossen auswerten und man erhält:

$$I(w) \propto -\frac{1}{3} \frac{[J_1(x)]^2}{x} + \frac{2}{3} \{x([J_0(x)]^2 + [J_1(x)]^2) - J_0(x) J_1(x)\} \Big|_{x=w-\sigma/2}^{x=w+\sigma/2} \quad (8)$$

$J_n(x)$  ist die Besselfunktion 1. Art und  $n$ -ter Ordnung. Die Halbwertsbreiten des Apparateprofils (8) (Fall 2, Gitter elliptisch ausgeleuchtet) sind für  $\sigma < \pi$  breiter als bei rechteckiger Öffnung (Fall 1). Wie bei dieser

bleibt unterhalb  $\sigma = \frac{2}{3}\pi$  die Halbwertsbreite von (8) nahezu konstant (innerhalb 10%); für  $\sigma > 2\pi$  ist auch bei (8) die Beziehung  $\text{HWB} = \sigma$  erfüllt, genau wie im Falle rechteckiger Öffnung (siehe Abb. 2).

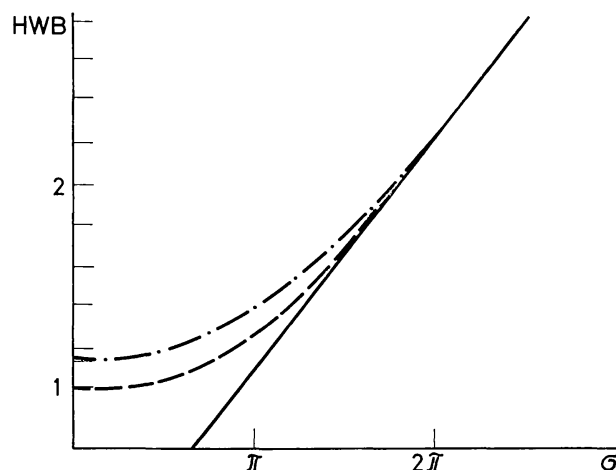


Abb. 2. Normierte Halbwertsbreiten HWB des theoretischen Apparateprofils in Abhängigkeit des van-Cittert-Parameters  $\sigma$ ; (---) für den Fall 1 (Gitter voll ausgeleuchtet) und (-·-·-) für den Fall 2 (Gitter ellipt. ausgeleuchtet). HWB für den Fall 1 und  $\sigma = 0$  ist auf 1 normiert. (—):  $\sigma = \text{HWB}$

Wie die Erfahrung zeigt (siehe z. B. Teil II dieser Arbeit oder ALVENSLEBEN, 1957) läßt sich eine gemessene Apparatekontur nur im Kern durch die genannten theoretischen Apparateprofile darstellen. In den Flügeln treten zum Teil beträchtliche Abweichungen auf, die in der Hauptsache durch Gitterfehler verursacht werden. Information über Fehler eines Gitters erhält man z. B. aus seinem Interferogramm (STROKE, 1963). Dort kann man direkt die Abweichung der vom Gitter ausgehenden Welle von einer ebenen Welle messen und so Aussagen erhalten über die Phasenfunktion in der Austrittspupille. Das Betragsquadrat der Fouriertransformierten dieser so erhaltenen Phasenfunktion ergibt dann die Intensitätsverteilung — die Beziehungen (3), (5) und (6) stellen gleichfalls das Betragsquadrat der Fouriertransformierten der Austrittspupille mit der Phasenfunktion  $u(x, y) \equiv \text{const} \equiv 1$  dar. Die Intensität im Aufpunkt  $P$  ergibt sich also, wenn wir die Phasenfunktion  $u(x, y)$  in der Austrittspupille berücksichtigen, zu:

$$I(P) \propto \left| \int \int_F u(x, y) \exp\{ik(xa + yb)\} dF \right|^2. \quad (9)$$

$k$  ist die Wellenzahl  $2\pi/\lambda$ ;  $a, b$  sind die Richtungskosinus des Vektors vom Punkt  $(x, y)$  der Austrittspupille zum Aufpunkt  $P$ . Die Integration

ist über die Fläche der Austrittspupille  $F$  zu erstrecken. In dem Interferogramm sind sämtliche Informationen über Gitterfehler enthalten, wie z. B. über Gittergeister, Asymmetrien, Astigmatismus usw. Mit (9) läßt sich, wie z. B. STROKE, 1963 und MALLIA, 1967 gezeigt haben, das Apparateprofil bis in die Flügel zufriedenstellend darstellen.

### Meßergebnisse

Der Gitterspektrograph am Turmteleskop auf dem Schauinsland bei Freiburg arbeitet in Autokollimation (Littrow-Anordnung), der Objektivdurchmesser beträgt 15,5 cm, die Brennweite 712 cm. Das Gitter ( $154 \times 206 \text{ mm}^2$ , 600 Striche/mm, Blaze-Winkel  $49^\circ$ ) ist von BAUSCH und LOMB hergestellt.

Der benutzte He-Ne-Gaslaser von Spectra-Physics, Modell 130 hat einen hemisphärischen Resonator von 30 cm Länge und arbeitet im  $\text{TEM}_{00}$ -Mode. Der Wellenlängenabstand der axialen Modes ist  $6.65 \text{ m}\text{\AA}$ , ihre Eigenbreite liegt unter einem  $\text{m}\text{\AA}$ . Bei der Wellenlänge  $\lambda = 6328 \text{ \AA}$  sind drei Modes angeregt, die sich, bedingt durch die thermische Ausdehnung des Resonators beim Betrieb, ständig durch die Linie (Doppler-Profil der Ne-Linie) bewegen.

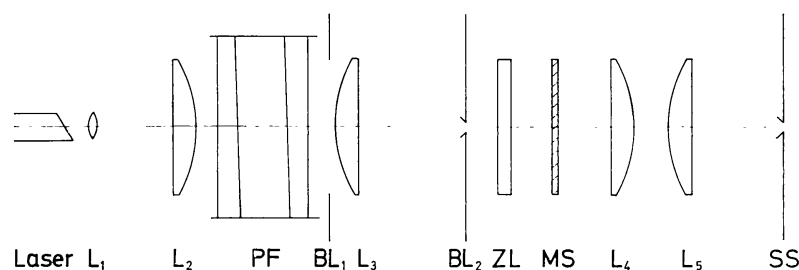


Abb. 3. Schematischer Aufbau der Interferometeranordnung; Beschreibung im Text

Damit das Apparateprofil möglichst wenig durch die Eigenbreite der verwendeten Spektrallinie verfälscht ist, muß ein Mode des Lasers isoliert werden, was durch folgende Interferometeranordnung erreicht wird (Abb. 3). Mit Hilfe des Mikroskopobjektives  $L_1$  und einer plankonvexen Linse  $L_2$  ( $f = 40 \text{ cm}$ ) wird der Bündelquerschnitt vergrößert. Im parallelen Strahlengang befindet sich ein Pérot-Fabry-Interferometer PF, dessen Platten speziell für die Laserwellenlänge  $\lambda = 6328 \text{ \AA}$  verspiegelt sind und nach Angaben der Firma Carl Zeiss Oberkochen ein Reflexionsvermögen von  $R = 0,96$  besitzen. Mit dem Plattenabstand von 23 mm und der Finesse 77 ergibt sich ein Auflösungsvermögen von  $5,7 \times 10^6$  (BORN-WOLF, 1965).



Die Halbwertsbreite der einzelnen Ringe errechnet sich demnach zu  $1,13 \text{ m}\text{\AA}$ . Die plankonvexe Linse  $L_3$  ( $f = 100 \text{ cm}$ ) bildet das Ringsystem auf die Lochblende  $BL_2$  ab. Das Öffnungsverhältnis des Systems Linse  $L_3$  und Blende  $BL_1$  entspricht dem des Spektrographen. Mittels der Lochblende  $BL_2$  von  $0,1 \text{ mm}$  Durchmesser wird das Zentrum des Ringsystems ausgeblendet. Der Durchmesser der Lochblende entspricht dem Durchmesser des Beugungsscheibchens, das die Linse  $L_3$  (abgeblendet durch  $BL_1$ ) bei der Laserwellenlänge erzeugt. Infolge der Wellenlängenänderung der einzelnen Modes ist periodisch die Bedingung für das Erscheinen eines Modes in der zentralen Ordnung gegeben. Die Lochblende wirkt als pulsierende Lichtquelle, deren spektrale Breite im wesentlichen durch das Pérot-Fabry-Interferometer ( $\text{HWB} = 1,13 \text{ m}\text{\AA}$ ) bedingt ist. Mit Hilfe einer Zylinderlinse ZL wird diese „punktförmige“ Lichtquelle zu einer Lichtlinie auseinandergezogen und auf eine rotierende Mattscheibe MS abgebildet, die die Strahlung räumlich inkohärent macht. Ohne Einsatz einer Mattscheibe treten Interferenzen senkrecht zur Dispersionsrichtung und damit körnige und fleckige Strukturen der Aufnahme auf (siehe z. B. VAN BUEREN, NIEUWENHUIJZEN, 1967), wodurch eine Photometrie praktisch unmöglich gemacht wird. Das Linsenpaar  $L_4$  und  $L_5$  (plankonvex,  $f = 15 \text{ cm}$ ) bildet die Lichtlinie auf den Spektrographenspalt SS ab.

Das Spektrum wurde im Verhältnis  $1:3.38$  nachvergrößert und auf Agepan-FF von AGFA aufgenommen; die Belichtungszeit betrug  $15 \text{ min}$ . Alle Aufnahmen wurden mit einem Zweistrahl-Mikrodensitometer von JOYCE und LOEBEL photometriert. Die Spaltbreite des Photometers wurde so klein gewählt, daß eine Verzerrung durch die endliche Breite des Photometerspaltes nicht auftrat. Wegen des hohen Gamma-Wertes mußte das endgültige Profil aus einer Anzahl von Profilstücken zusammengesetzt werden, die aus verschiedenen, sich überlappenden Intensitätsbereichen stammten.

Die charakteristische Kurve der benützten Filme wurde aus den Originalaufnahmen selbst abgeleitet. Als Schwärzungsmarken dienten die Nebenmaxima in den Flügeln des Apparateprofils. Die Linie wurde parallel zur Dispersionsrichtung mit einem Neutralfilter bekannter Durchlässigkeit abgedeckt. Registriert man im Maximum dieser Seitenmaxima senkrecht zur Dispersionsrichtung, so erhält man durch Extrapolation auf die Stelle der Intensitätsstufe jeweils zwei Schwärzungsmarken, aus denen man dann nach der Halbfiltermethode (KIENLE, 1927) die Schwärzungskurve konstruieren kann.

In den Abb. 4 und 5 sind die Ergebnisse der Messungen in der III. und IV. Ordnung wiedergegeben. Der Spektrographenspalt hat in beiden Ordnungen eine Breite von  $20 \mu$ . Im Kern der Linie stimmen gemessenes und berechnetes Apparateprofil innerhalb der Fehlergrenzen überein.



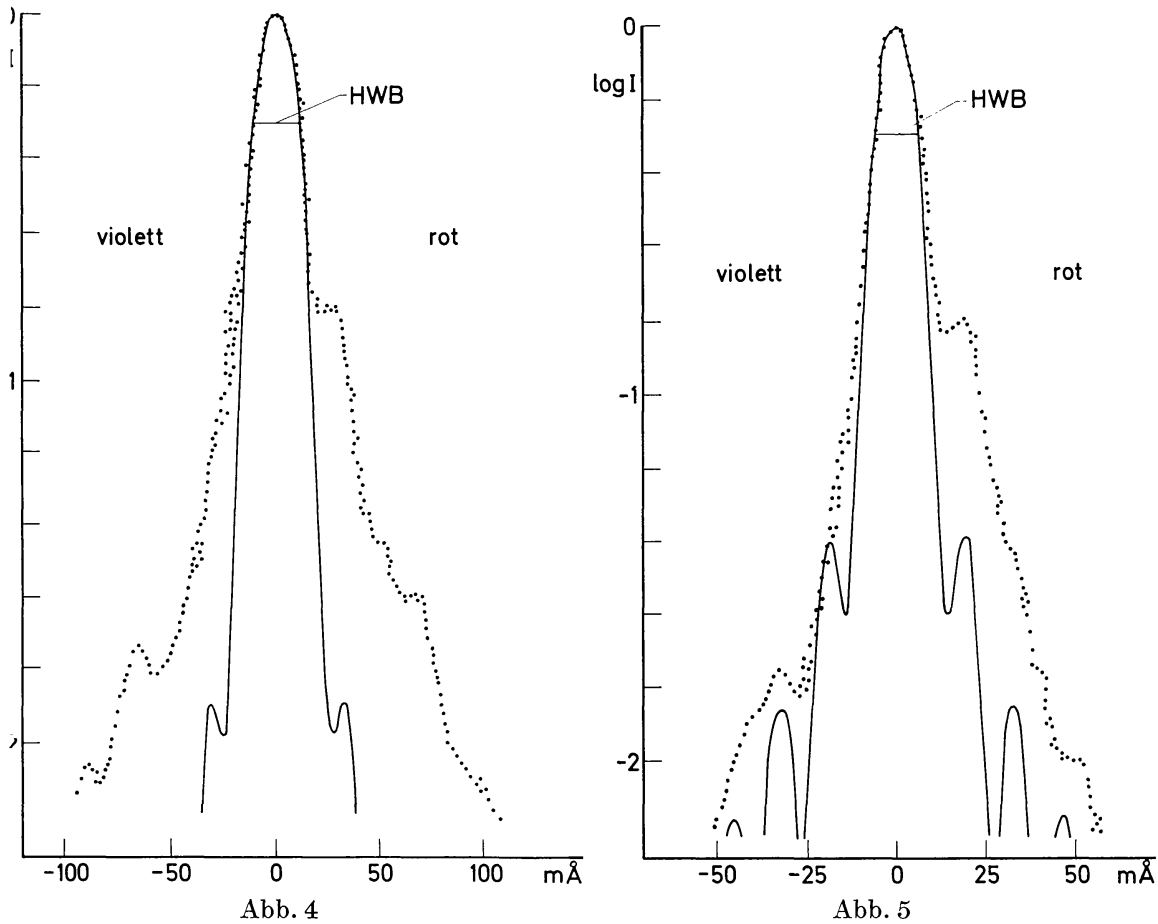
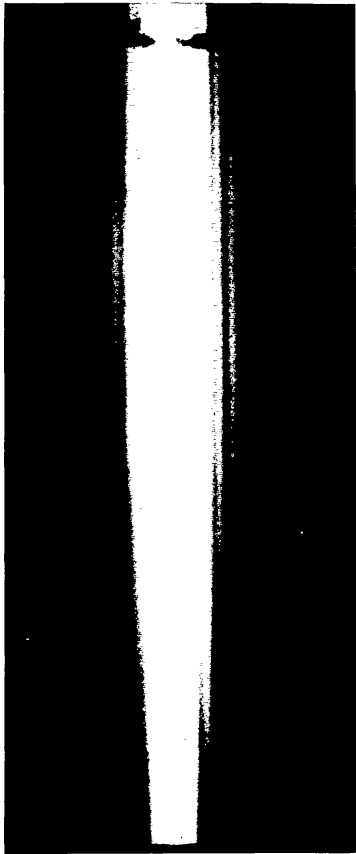
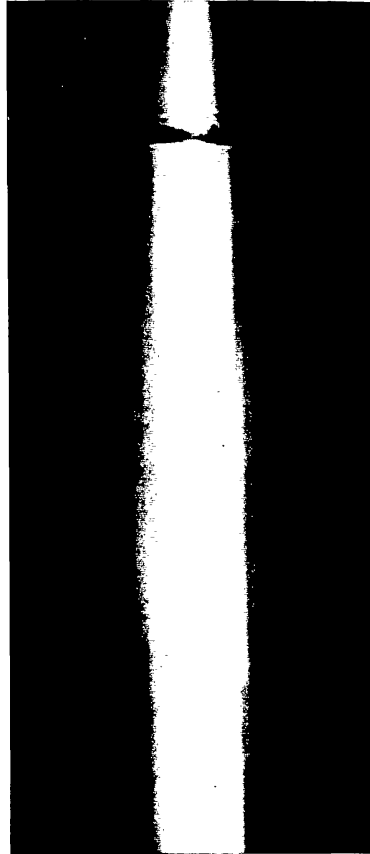


Abb. 4. Apparateprofil III. Ordnung  $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ ;  $\cdots\cdots\cdots$  gemessen; (—) berechnet nach Formel (8)

Abb. 5. Apparateprofil IV. Ordnung  $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ ;  $\cdots\cdots\cdots$  gemessen; (—) berechnet nach UNSÖLD 1955, Formel (63, 15)

Das theoretische Trennvermögen  $\lambda/\text{HWB} = 500\,000$  in der IV. Ordnung (entsprechend der Definition von ALVENSLEBEN, 1957) wird also innerhalb der Meßgenauigkeit von diesem Gitter erreicht. Es liegt damit erheblich über dem von BAUSCH und LOMB angegebenen Wert (70% des theoretischen Auflösungsvermögens).

Größere Abweichungen treten in den Flügeln auf, wobei die Abweichungen in der III. Ordnung wesentlich größer als in der IV. Ordnung sind. Dies liegt vermutlich daran, daß der Gitterdrehwinkel für die III. Ordnung und  $\lambda = 6328 \text{ \AA}$  außerhalb des Blaze-Winkels des Gitters liegt. Der Unterschied zeigt sich auch in den Spektren selbst; während in der IV. Ordnung die Nebenmaxima deutlich hervortreten, ist ihnen in den niedrigeren Ordnungen „Streulicht“ fasriger Struktur überlagert (Abb. 6 und 7).

Abb. 6.  $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ , IV. OrdnungAbb. 7.  $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ , III. Ordnung

Das Nebenmaximum auf der roten Seite des Apparateprofils liegt an der gleichen Stelle wie das erste Nebenmaximum des theoretischen Apparateprofils, ist aber gegen dieses außerordentlich verstärkt, um den Faktor 10 in der III. und um den Faktor 4 in der IV. Ordnung. Das entsprechende Nebenmaximum auf der violetten Seite erscheint nur andeutungsweise. Die daraus resultierende Asymmetrie wird im letzten Gitterdrittel erzeugt. Durch entsprechende Maskierung des Gitters läßt sie sich völlig zum Verschwinden bringen, jedoch unter Verzicht auf Auflösung und Lichtstärke.

Die Geister konnten bei hoher spektraler Auflösung genau vermessen werden. Es zeigt sich, daß die Rowland-Geister zum Teil aus vielen Einzelkomponenten – bis zu 6 – bestehen; außerdem sind den einzelnen Geistern periodische Intensitätsschwankungen (Periode etwa 5 Geister) überlagert. Die Einzelkomponenten der Geister lassen sich zwanglos erklären, wenn man berücksichtigt, daß durch die periodischen Teilungsfehler ein neues Gitter mit einer großen Gitterkonstanten (Periode von 1200 Strichen = 2 mm) entsteht, dessen nullte Ordnung mit der beob-

achteten Linie zusammenfällt und dessen höhere Ordnungen die (Rowland-)Geister bilden. In die Eigenbreite dieser höheren Ordnungen fallen dann mehrere Nebenmaxima des Ausgangsgitters. Die periodischen Schwankungen in der Intensität der Rowland-Geister scheinen durch Teilungsfehler noch kleinerer Periode hervorgerufen zu sein. Die Summe der Intensität aller gemessenen Geister beträgt in der IV. Ordnung  $1,22 \times 10^{-2}$ , in der III. Ordnung  $1,37 \times 10^{-2}$ ; gemessen wurde die maximale Intensität der Geister (eventuell die Summe der Maximalintensitäten der einzelnen Komponenten). Die Zentralintensität der Linie ist gleich 1 gesetzt. Eine Abhängigkeit der Geisterintensität mit dem Quadrat der Ordnung ließ sich nicht feststellen.

Allgemeines Streulicht konnte nicht nachgewiesen werden. Es ist in der IV. Ordnung bestimmt geringer als  $10^{-5}$ , denn auf allen Aufnahmen erschienen die Geister höherer Nummer auf klarem Film (die Intensität des schwächsten gemessenen Geistes betrug  $6,8 \times 10^{-3} \%$  der Linienintensität).

### Anhang I

Wir legen ein Koordinatensystem so in die Gitterebene, daß der Koordinatensprung am Rande der Ellipse liegt (Abb. 8). Für die Länge des  $j$ -ten Gitterstriches erhalten wir aus Abb. 8 die Beziehung

$$l_j/2 = \sqrt{R^2 - \xi^2} \quad \xi = \xi' \sin \alpha_0, \quad \xi' = \left| \frac{N}{2} b - j b \right|$$

damit ist

$$l_j/2 = \sqrt{R^2 - b^2 \left( \frac{N}{2} - j \right)^2 \sin^2 \alpha_0}; \quad (\text{A } 1)$$

$\alpha_0$  ist der Winkel, den die  $y$ -Achse mit der optischen Achse bildet. Nach der Kirchhoffschen Beugungstheorie (BORN-WOLF, 1965) ergibt sich die Lichterregung in einem hinreichend weit entfernten Punkt  $P$  (Fraunhofersche Beugung) zu

$$u(P) = C' \iint F(x, y) \cdot \exp[ik\{x(\cos \alpha - \cos \alpha_0) + y(\cos \beta - \cos \beta_0)\}] dx dy \quad (\text{A } 2)$$

Die Integration ist über eine geschlossene Fläche zu erstrecken, die die elliptische Gitterfläche enthält und den Aufpunkt  $P$  umschließt.  $\beta$  bzw.  $\beta_0$  ist der Winkel, den der einfallende bzw. reflektierte Strahl mit der  $y$ -Achse bildet,  $k$  die Wellenzahl  $2\pi/\lambda$  und  $F(x, y)$  die Reflektionsfunktion (oder Transmissionsfunktion), die angibt, wie Phase und Amplitude der

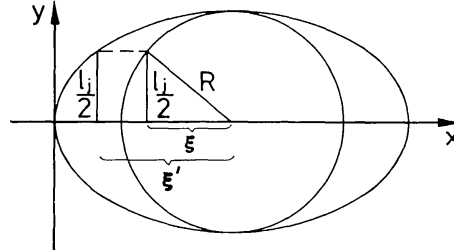


Abb. 8

einfallenden Welle geändert werden. Wir definieren die Reflektionsfunktion so, daß sie außerhalb der elliptischen Fläche auf dem Gitter identisch verschwindet, innerhalb der beleuchteten Fläche aber eine periodisch Funktion in  $x$  darstellt, mit konstanter Amplitude und einer Periode, die der Gitterkonstanten  $b$  entspricht. Für (A 2) können wir also schreiben:

$$u(P) = C \int \int_{\text{Ellipse}} f(x) \cdot \exp[ik\{x(\cos\alpha - \cos\alpha_0) + y(\cos\beta - \cos\beta_0)\}] dx dy \quad (\text{A } 3)$$

$f(x)$  ist die periodische Funktion,  $C$  eine neue Konstante. Die Integration erstreckt sich nun nur noch über die Fläche der ausgeleuchteten Ellipse.

Analog zu dem Fall eines rechteckigen Gitters (WEIZEL, 1955) integrieren wir zuerst über eine Furche unter der Annahme, daß sich die Länge  $l_j$  über eine Furchenbreite nicht wesentlich ändert, was bei einer großen Anzahl  $N$  von Gitterstrichen sicher gewährleistet ist. Das Ergebnis können wir dann für alle Gitterstriche aufsummieren und erhalten:

$$u(P) = Cb S(\alpha, \alpha_0) \cdot \sum_{j=0}^N \left\{ \exp[ikjb(\cos\alpha - \cos\alpha_0)] \int \exp[iky(\cos\beta - \cos\beta_0)] dy \right\} \quad (\text{A } 4)$$

$S(\alpha, \alpha_0)$  ist der Formfaktor, der, abhängig von der Form einer einzelnen Furche, für die Blaze-Eigenschaften eines Gitters verantwortlich ist. Das Integral ist zwischen den Grenzen  $l_j/2$  und  $-l_j/2$  zu nehmen:

$$\int_{-l_j/2}^{l_j/2} \exp[iky(\cos\beta - \cos\beta_0)] dy = \frac{2}{k(\cos\beta - \cos\beta_0)} \cdot \sin \left\{ k \frac{l_j}{2} (\cos\beta - \cos\beta_0) \right\}.$$

Dieser Ausdruck leistet nur für  $\cos\beta = \cos\beta_0$  einen wesentlichen Beitrag zu (A 4), wobei das Integral den Wert  $l_j$  annimmt.  $S(\alpha, \alpha_0)$  ist eine mit  $\alpha$  sehr langsam veränderliche Funktion. In den interessierenden Winkelbereichen können wir sie als konstant voraussetzen. Die Intensität im Punkte  $P$  ist dem Betragsquadrat der Erregung proportional. Wir erhalten also für die Intensität:

$$I(P) \propto \left| b \sum_{j=0}^N \sqrt{R^2 - b^2 \left( \frac{N}{2} - j \right)^2 \sin^2 \alpha_0} \exp\{ikjb(\cos\alpha - \cos\alpha_0)\} \right|^2 \quad (\text{A } 5)$$

Bei dieser Formel muß man berücksichtigen, daß für  $j = 0$  und  $j = N$  kein Beitrag zu  $I(P)$  geleistet wird. Wir haben also nur  $N - 1$  „wirksame“ Gitterstriche, die zur Beugung beitragen.

## Anhang II

Für kleine  $b$  (sehr große  $N$ ) können wir in (A 5) die Summe durch ein Integral ersetzen, dabei wird  $b j \rightarrow x$ ,  $b \rightarrow dx$ .

$$I(P) \propto \left( \int_0^{2R/\sin\alpha_0} \sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{\sin\alpha_0} - x\right)^2} \sin^2\alpha_0 \cos[kx(\cos\alpha - \cos\alpha_0)] dx \right)^2 + \left( \int_0^{2R/\sin\alpha_0} \sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{\sin\alpha_0} - x\right)^2} \sin^2\alpha_0 \sin[kx(\cos\alpha - \cos\alpha_0)] dx \right)^2. \quad (\text{A 6})$$

Mit der Substitution

$$\frac{R}{\sin\alpha_0} \cos t = \frac{R}{\sin\alpha_0} - x$$

erhalten wir nach einigen Umformungen

$$I(P) \propto \left( \int_0^{\pi/2} \cos \left\{ k(\cos\alpha - \cos\alpha_0) \frac{R}{\sin\alpha_0} \cos t \right\} \sin^2 t dt \right)^2.$$

Dieses Integral ist nach Definition (siehe JAHNKE-EMDE-LÖSCH, 1960) abgesehen von Konstanten

$$I(P) \propto \left( J_1 \left( k(\cos\alpha - \cos\alpha_0) \frac{R}{\sin\alpha_0} \right) \right)^2 / \left( k(\cos\alpha - \cos\alpha_0) \frac{R}{\sin\alpha_0} \right)^2.$$

$J_1$  ist die Besselfunktion 1. Art und 1. Ordnung. Bei Autokollimation gilt  $\alpha = \alpha_0 \pm d\alpha$  und damit

$$\cos\alpha - \cos\alpha_0 = \pm d\alpha \sin\alpha_0.$$

Das Objektiv mit dem Radius  $R$  habe die Brennweite  $f$ ,  $r$  sei der Abstand des Aufpunktes vom geometrisch-optischen Bildpunkt der Lichtquelle in der Brennebene des Objektivs, dann gilt

$$r/f = \tan d\alpha = d\alpha.$$

Damit erhalten wir

$$I(r) \propto \left( J_1 \left( \frac{2\pi Rr}{\lambda f} \right) \right)^2 / \left( \frac{2\pi Rr}{\lambda f} \right)^2.$$

## Anhang III

Ist die Gitterhöhe größer als  $2R$ , in einer Ordnung (entsprechend einem  $\alpha_0$ ) die Projektion  $B$  der Gitterbreite auf eine Ebene senkrecht zur optischen Achse aber kleiner als  $2R$ , so hat man in der Austrittspupille folgendes Bild (Abb. 9). In der Gitterebene wird das gleiche Koordinatensystem wie in Anhang I festgelegt und es werden große Strich-

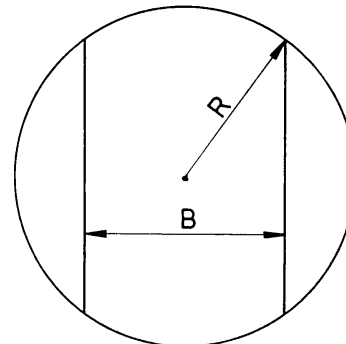


Abb. 9

zahlen  $N$  vorausgesetzt; d. h. wir können gleich zur Integraldarstellung übergehen. Unter diesen Voraussetzungen können wir (A 6) übernehmen, wobei hier zwischen den Grenzen

$$\left(R - \frac{B}{2}\right) / \sin \alpha_0 \quad \text{und} \quad \left(R + \frac{B}{2}\right) / \sin \alpha_0$$

zu integrieren ist (Abb. 9). Führen wir die gleiche Substitution

$$\frac{R}{\sin \alpha_0} \cos t = \frac{R}{\sin \alpha_0} - x$$

wie in Anhang II ein, so ergibt sich

$$I(P) \propto \left( \int_{\arccos(B/2R)}^{\arccos(-B/2R)} \cos \left\{ k(\cos \alpha - \cos \alpha_0) \frac{R}{\sin \alpha_0} \cos t \right\} \sin^2 t dt \right)^2. \quad (\text{A } 7)$$

$\arccos\left(-\frac{B}{2R}\right)$  bzw.  $\arccos\left(\frac{B}{2R}\right)$  sind um den gleichen Betrag größer bzw. kleiner als  $\pi/2$ ; der Integrand in (A 7) ist symmetrisch in bezug auf die Gerade  $t = \pi/2$ . Berücksichtigt man diese Tatsachen, so kann man für (A 7) schreiben

$$I(P) \propto \left( \int_0^{\pi/2} \cos \left\{ k(\cos \alpha - \cos \alpha_0) \frac{R}{\sin \alpha_0} \cos t \right\} \sin^2 t dt - 2 \int_0^{\arccos(B/2R)} \cos \left\{ k(\cos \alpha - \cos \alpha_0) \frac{R}{\sin \alpha_0} \cos t \right\} \sin^2 t dt \right)^2. \quad (\text{A } 8)$$

Für die Intensitätsverteilung in der Brennebene des Objektivs (Brennweite =  $f$ ) können wir dann schreiben (siehe Anhang II):

$$I(r) \propto \left( \pi J_1 \left( \frac{2\pi Rr}{\lambda f} \right) / \frac{2\pi Rr}{\lambda f} - 2 \int_0^{\arccos[B/2R]} \cos \left\{ \frac{2\pi Rr}{\lambda f} \cos t \right\} \sin^2 t dt \right). \quad (\text{A } 9)$$

$r$  ist wieder der Abstand des Aufpunktes vom geometrisch-optischen Bildpunkt der Lichtquelle. Der Faktor  $\pi$  vor dem ersten Ausdruck in (A 9) stammt von der definitionsgemäßen Umformung (JAHNKE-EMDE-LÖSCH, 1960) des ersten Integrals in (A 8).

Herrn Professor Dr. K. O. KIEPENHEUER danke ich für sein förderndes Interesse und kritische Durchsicht des Manuskriptes. Den Herren Dr. W. MATTIG und Dr. J. P. MEHLTRETTER schulde ich Dank für wertvolle Ratschläge und Diskussionen. Den Herren des Rechenzentrums des Instituts für Angewandte Mathematik der Universität Freiburg möchte ich für die Möglichkeit danken, meine numerischen Rechnungen dort auszuführen. Die Arbeit wurde teilweise gefördert vom Bundesministerium für wissenschaftliche Forschung (WRK 29).



### Literatur

- ALVENSLEBEN, A. VON: *Z. Astrophysik* **43**, 63 (1957).  
BORN, M., and E. WOLF: *Principles of Optics*, 3rd Edition Oxford. Pergamon Press 1965.  
BRAHDE, R.: *Astrophysica Norvegica*, Vol. X, No. 5 (1966).  
BUEREN, H. G. VAN, u. H. NIEUWENHUIJZEN: *BAN* **18**, 170 (1967).  
CITTERT, P. H. VAN: *Z. f. Physik* **79**, 722 (1932).  
— *Z. f. Physik* **81**, 428 (1933).  
JANKE, E., F. EMDE u. F. LÖSCH: *Tafeln höherer Funktionen* 6. Auflage. Stuttgart: B. G. Teubner 1960.  
KIENLE, H.: *Photographische Photometrie; Handbuch der Experimentalphysik*, Bd. 26 (Astrophysik), S. 647. Hsrg. F. Harms. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft 1937.  
MALLIA, E. A.: *Solar Physics* **2**, 360 (1967).  
STROKE, G. W.: *Progress in Optics* Vol. II; ed. E. WOLF, Amsterdam: North Holland Publishing Company 1963.  
UNSÖLD, A.: *Physik der Sternatmosphären* 2. Aufl. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1955.  
WEIZEL, W.: *Lehrbuch der theoretischen Physik*, Bd. 1, 2. Aufl., Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1955.

RAINER GÖHRING  
Dipl.-Physiker  
Fraunhofer Institut  
78 Freiburg  
Schöneckstr. 6