

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N^o 3198.

Band 134.

6.

Ueber die Bestimmung von Bahnelementen enger Doppelsterne aus spectroscopischen Messungen der Geschwindigkeits-Componenten.

Von Dr. *J. Wilsing.*

In den Monthly Notices Vol. 51 pag. 316 hat Herr Rambaut geschlossene Formeln mitgetheilt, welche die Bestimmung von Doppelsternbahnen aus spectroscopischen Beobachtungen der Bewegungscomponente in der Richtung des Visionsradius gestatten. Nach Integration der Geschwindigkeitscurve findet Herr Rambaut durch graphische Construction die scheinbare Bahn, an welcher dann die für die Rechnung erforderlichen Daten abgelesen werden können. Bequemer dürfte es jedoch sein, wenigstens sobald es sich nicht um sehr excentrische Bahnen handelt, den Ausdruck für die beobachtete Geschwindigkeitscomponente selbst in eine nach den Sinus und Cosinus der Vielfachen der mittleren Anomalie geordnete Reihe zu entwickeln, deren Coefficienten von den Elementen abhängen. Wird dann die graphische Methode zur Ausgleichung der Beobachtungen herangezogen, so hängt in diesem Falle die Bestimmung der Elemente allein von dem Zuge der Geschwindigkeitscurve ab, und die Construction der scheinbaren Ellipse wird überflüssig.

Wählt man die Richtung des Visionsradius als *Z*-Axe eines rechtwinkligen Coordinatensystems, die das scheinbare Himmelsgewölbe am Orte des Sterns berührende Ebene als

Ebene der *XY*, so hat man für die Coordinaten des Sterns die Ausdrücke:

$$\begin{aligned} x &= r [\cos(v + \omega) \cos \Omega - \sin(v + \omega) \sin \Omega \cos i] \\ y &= r [\cos(v + \omega) \sin \Omega + \sin(v + \omega) \cos \Omega \cos i] \\ z &= r \sin(v + \omega) \sin i. \end{aligned}$$

Hier bedeuten *r* und *v* Radiusvector und wahre Anomalie, Ω die Länge des Knotens in der *XY*-Ebene gezählt, *i* die Neigung der Bahnebene gegen die *XY*-Ebene und endlich ω den Abstand des Perihels vom Knoten. Bekannt sind allein die Geschwindigkeitscomponenten in der Richtung der *Z*-Axe:

$$\frac{dz}{dt} = g_0 + \sin i \frac{d \cdot r \sin(v + \omega)}{dt},$$

wo g_0 die fortschreitende Bewegung des Systems bezeichnet, sodass sich die Grösse Ω , welche nur in die Ausdrücke von *x* und *y* eingeht, der Bestimmung entzieht.

Führt man in den Ausdruck für die Geschwindigkeitscomponente $\frac{dz}{dt}$ statt der wahren Anomalie *v* die excentrische *E* ein, so wird zunächst:

$$r \sin(v + \omega) = a [\sqrt{1 - e^2} \sin E \cos \omega + (\cos E - e) \sin \omega],$$

wo *e* die Excentricität der Bahn bedeutet, und ferner:

$$\frac{dz}{dt} = g_0 + a \sin i [\sqrt{1 - e^2} \cos E \cos \omega - \sin E \sin \omega] \frac{dE}{dt}.$$

Drückt man jetzt *E* durch die mittlere Anomalie *nt* aus, so wird ersichtlich, dass sich bei bekannter mittlerer Bewegung *n* nur der Werth des Factors $a \sin i$ bestimmen lässt, folglich *a* und *i* selbst, sowie die von *a* abhängige Masse μ des Systems unbekannt bleiben. Nach Ausscheidung von Ω , *i*, *a* und μ , bleiben von den Bahnelementen noch übrig *e*, ω und die Epoche *M*. Setzt man:

$$\begin{aligned} E &= nt + e \sin nt + \frac{e^2}{2} \sin 2nt \\ \frac{dE}{dt} &= n + ne \cos nt + ne^2 \cos 2nt \end{aligned}$$

in den Ausdruck von $\frac{dz}{dt}$ ein, und begnügt sich, wie z. B. bei dem Systeme von α Virginis gestattet ist, die mit den ersten Potenzen der Excentricität multiplicirten Glieder mitzunehmen, so wird:

$$\frac{dz}{dt} = g_0 + an \sin i [\cos(\omega + nt) + e \cos(\omega + 2nt)].$$

In dem vorstehenden Ausdrücke hat man endlich noch die mittlere Anomalie M_0 zur Zeit $T = 0$ durch die Gleichung: $nt = nT + M_0$ zu substituieren und findet dann:

$$\frac{dz}{dt} = g_0 - an \sin i \sin(\omega + M_0) \sin nT + an \sin i \cos(\omega + M_0) \cos nT - ean \sin i \sin(\omega + 2M_0) \sin 2nT + ean \sin i \cos(\omega + 2M_0) \cos 2nT.$$

Bei den kurzen Umlaufzeiten solcher engen Doppelsterne lässt sich die mittlere Bewegung n mit grosser Sicherheit bestimmen. Ist diese bekannt, so giebt jede Beobachtung eine Bedingungsgleichung von der Form:

$$\frac{dz}{dt} = g_0 + a_1 \sin nT + b_1 \cos nT + a_2 \sin 2nT + b_2 \cos 2nT.$$

Nach Ermittlung der in diesen Gleichungen vorkommenden Coefficienten a_1, a_2, b_1, b_2 findet man die Grössen $a \sin i, e, M_0$ und ω durch die Beziehungen:

$$\begin{aligned} a_1 &= -an \sin i \sin(\omega + M_0), & b_1 &= an \sin i \cos(\omega + M_0) \\ a_2 &= -ean \sin i \sin(\omega + 2M_0), & b_2 &= ean \sin i \cos(\omega + 2M_0). \end{aligned}$$

Während die strenge Bestimmung der Coefficienten nach der Methode der kleinsten Quadrate zu geschehen hat, wird bei vorläufigen Ermittlungen ein graphisches Verfahren mit geringem Zeitaufwand brauchbare Näherungswerthe liefern. Verbindet man nämlich die Beobachtungen

durch eine Curve, deren Abscissen die Zeiten, die Ordinaten die Geschwindigkeitscomponenten darstellen, liest dann die Werthe der letzteren an einer Reihe von äquidistanten, sich über die ganze Periode erstreckenden Punkten ab, so hat man:

$$\begin{aligned} \Sigma \frac{dz}{dt} &= mg_0, & \Sigma \frac{dz}{dt} \sin nT &= \frac{m}{2} a_1, & \Sigma \frac{dz}{dt} \cos nT &= \frac{m}{2} b_1, \\ \Sigma \frac{dz}{dt} \sin 2nT &= \frac{m}{2} a_2, & \Sigma \frac{dz}{dt} \cos 2nT &= \frac{m}{2} b_2, \end{aligned}$$

wo m die Zahl der Punkte bedeutet.

In der beschriebenen Weise habe ich die 27 Beobachtungen von α Virginis, welche Herr Professor Vogel in den Publicationen des Astrophysikalischen Observatoriums Bd. VII Theil 1 pag. 128 u. f. mitgetheilt hat, näherungsweise ausgeglichen.

Dieselben wurden, von der Epoche 1889 April 21.00 ausgehend, mit Zugrundelegung der Periode $P = 4^d 0134$ in die folgenden Normalörter zusammengefasst. Die erste Columne giebt die Zeit in Bruchtheilen des Tages ausge-

drückt, die zweite die beobachtete Geschwindigkeitscomponente in Meilen, die dritte die Zahl der Beobachtungen.

0 ^d 07	-13.5	3	1 ^d 08	-3.6	2	2 ^d 18	+9.6	1
0.11	-15.8	2	1.15	-2.5	2	2.26	+10.3	2
0.25	-14.3	2	1.30	-0.7	1	2.39	+9.0	1
0.38	-12.5	1	2.05	+10.0	2	3.08	-0.3	3
0.44	-13.8	1	2.14	+11.6	2	3.32	-3.4	1
						3.98	-12.7	1

Hieraus ergab sich die Formel:

$$\frac{dz}{dt} = -1.93 - 3.37 \sin nT - 11.76 \cos nT - 0.26 \sin 2nT + 0.14 \cos 2nT,$$

und damit: $g_0 = -1.93$ Meilen, $e = 1^{\circ}4$, $M_0 = 258^{\circ}$, $\omega = 266^{\circ}$. Macht man noch die Annahme $i = 90^{\circ}$, liegt also der Visionsradius in der Bahnebene selbst, so wird $a = 675000$ Meilen. Die nach Ausgleichung übrig bleibenden Abweichungen der einzelnen Beobachtungen sind:

Meilen		Meilen		Meilen		Meilen	
0 ^d 057	+1.0	0 ^d 385	+1.2	2 ^d 008	+0.5	2 ^d 390	-0.5
0.071	-0.5	0.437	-0.4	2.090	-0.7	3.028	-0.2
0.080	+0.5	1.077	-0.8	2.137	+0.9	3.115	-0.3
0.106	-2.2	1.113	+1.1	2.143	+1.4	3.115	-0.1
0.115	-1.2	1.153	-0.4	2.176	-0.7	3.323	+1.0
0.254	+0.1	1.158	+0.3	2.261	+1.5	3.981	+0.6
0.254	-0.4	1.295	-1.0	2.268	-1.0		

Die Excentricität der Bahn von α Virginis ist also so klein, dass sie sich erst aus einer grösseren Reihe von gleichmässig über die ganze Periode vertheilten Beobachtungen mit Sicherheit bestimmen lassen wird, und dass die von Herrn Professor Vogel mitgetheilten auf der Annahme einer kreisförmigen Bahn beruhenden Werthe $g_0 = -2.0$ Meilen, $a = 679000$ Meilen bis auf Weiteres als ausreichend zu betrachten sind.

Potsdam, Astrophysikalisches Observatorium, 1893 October.

F. Wilsing.

Ueber die Bemerkungen des Herrn Belopolsky
in Nr. 3184 der Astr. Nachr., betreffend den neuen Stern im Fuhrmann.

Von H. C. Vogel.

Herr Belopolsky hat in Nr. 3184 der Astr. Nachr., p. 263 und 264 einige Bemerkungen über die Besprechung, welche seine Beobachtungen über die Nova Aurigae in meiner Abhandlung über diesen Stern*) erfahren hat, gemacht, die ich im Interesse der Sache nicht unbeantwortet lassen möchte.

Die Eigentümlichkeit der Pulkowaer Spectrogramme, dass die Intensitätsmaxima in der Liniengruppe $H\gamma$ — denn auf diese bezieht sich ausschliesslich die Bemerkung auf pag. 29 meiner Abhandlung — doppelt und dreifach erschienen sind, während von mir und anderen Beobachtern, besonders auch von Campbell mit dem grossen Fernrohr der Lick-Sternwarte, dieselben nur einfach gesehen werden konnten, ist gewiss bemerkenswerth und durfte von mir nicht unerwähnt gelassen werden. Ich habe die Erscheinung durch geringe Verschiebungen des Spectrums auf der photographischen Platte in Folge von Temperaturänderungen während der fünfständigen Expositionszeit und die damit im Zusammenhang stehende Aenderung der Dispersion erklärt, da »derartige Verschiebungen sich nach meinen Erfahrungen zuweilen schon bei einstündiger Exposition und Temperaturen unter 0° durch Verbreiterung der Linien, die leicht auch den Eindruck von Verdoppelungen hervorbringt, bemerkbar machen« (pag. 30). Es ist kaum anzunehmen, dass bei der langen Exposition und einer Temperatur unter 10° Kälte keine solche Veränderungen vorgekommen sein sollten, zumal der Beobachter doch häufig dem Apparate, behufs genauer Einstellung des Sterns auf den Spalt, sehr nahe kommen muss.

Herr Belopolsky führt zum Beweis für die Realität der beobachteten Details an, dass in Folge mangelhafter Befestigung des Spectrographen am Refractor — die ich allerdings nicht vorausgesetzt hatte — auf der Platte vom 2. März drei isolirte Spectra nebeneinander entstanden wären, jedes Spectrum von $1^h 40^m$ Expositionszeit, und dass die Details auf diesen Spectren übereinstimmend seien. Es fragt sich nun, ob das die Details sind, um die es sich hier handelt, oder ob die Spectra nur bis in die bei $1^h 40^m$ Expositionszeit sichtbaren Details übereinstimmend gewesen sind. Im ersteren Falle bleibt es unbegreiflich, weshalb 5^h exponirt wurde, wenn die Details schon bei $1^h 7^m$ erscheinen; im anderen Falle ist kein Beweis dafür erbracht, dass nicht Veränderungen im optischen Theile des Apparats — denn um diese handelt es sich ja hauptsächlich — während der Exposition von 5^h eingetreten sind, die bei der Exposition von $1^h 7^m$ noch nicht bemerkbar wurden. Ebenso ist das wohlgelungene Spectrum der Venus, welches noch keine Minute Exposition erfordert, nicht beweiskräftig. Die anderen Linien, die Herr Belopolsky namentlich anführt, bei welchen auf der schönen Aufnahme des Harvard College nur eine Andeutung von Auflösung in zwei oder in

mehrere Linien gegeben ist, auf den Pulkowaer Spectrogrammen aber deutlich zwei getrennte Linien oder mehrere Linien zu sehen sind, während doch bei der $H\gamma$ -Gruppe auch auf der erwähnten Aufnahme des Harvard College nur zwei Intensitätsmaxima sichtbar sind, scheint mir der Annahme, durch Temperaturänderung während der Exposition etwas verbreiteter Linien auf den Pulkowaer Spectrogrammen nicht entgegen zu sein, und ich kann in Folge dessen meine Ansicht nicht aufgeben.

Ein zweiter Punkt betrifft den Ausspruch Belopolsky's, dass im Spectrum der Nova keine Eisenlinien seien. Hier führt Herr Belopolsky an, dass seine Bemerkung sich nur auf den kleinen Theil des Spectrums von $\lambda 458 \mu\mu$ bis $420 \mu\mu$ bezieht. Ich habe auf diesem Stück des Spectrums 6–7 Linien des Eisenspectrums gefunden, die innerhalb der Unsicherheitsgrenzen mit Linien im Spectrum der Nova zusammenfallen; Campbell fand mit erheblich grösserer Sicherheit auf dieser Strecke etwa 10 Linien mit Eisenlinien übereinstimmend, und es bleibt daher gewiss auffallend und bemerkenswerth, dass Herr Belopolsky auf Grund seiner Beobachtungen zu dem Ausspruch kommen konnte: die Linien im Spectrum der Nova (ausser den Wasserstofflinien) scheinen unbekanntem Elementen anzugehören »wenigstens sind es entschieden keine Eisenlinien«.

Wie in meiner Bemerkung (pag. 30), dass die dunkle $H\gamma$ -Linie des einen Spectrums den Rand der hellen im anderen Spectrum nicht verdecken kann, wie Herr Belopolsky angenommen hat, für ihn ein Vorwurf der Unbekanntschaft mit dem Kirchhoff'schen Gesetz gefunden werden könnte, ist mir vollständig unverständlich, da der Kirchhoff'sche Satz bei superponirten Spectren doch in keiner Weise zur Anwendung kommt. Es handelt sich auch nicht um einen Unterschied der Worte verdecken und überlagern, sondern lediglich um die unzulässige Auffassung der Einwirkung einer dunklen Linie bei superponirten Spectren, die aus den Worten, dass man mit Sicherheit nur von der Verschiebung der dunklen Linie sprechen könne, da sie allein scharfe Ränder und symmetrische Figur besässe (Belopolsky's Abhandlung pag. 294 †) und aus der Annahme, dass der Rand der hellen Linie durch die dunkle verdeckt würde (a. a. O. pag. 295), hervorgeht.

Was endlich die Mittheilung am Schluss anbelangt, dass die »Gashülle« um die Nova bei ihrem zweiten Aufleuchten im 15 zölligen Refractor besser zu sehen gewesen ist, als im 30 zölligen Refractor, kann ich als keinen Gegenbeweis dafür ansehen, dass die vermeintliche Gashülle nur der chromatische Abweichungskreis für die Linie $H\beta$ (s. meine Abhandl. pag. 43 u. f.) gewesen ist, indem bei dem 15 zölligen Refractor, der nach Fraunhofer'scher Art achromatisirt ist, dieser Abweichungskreis etwas kleiner, also

*) Abhandlungen der Königl. Akad. der Wissensch. Berlin, 1893.

†) Mélanges mathem. et astron. T. VII Pétersb. 1892.