

Über die Temperatur- und Druckschichtung der Sonnenatmosphäre.

Von

ERIKA BÖHM-VITENSE.

Mit 6 Textabbildungen.

(Eingegangen am 3. März 1954.)

Durch Korrektur der von D. BARBIER [2] aus den Messungen der Mitte-Rand-Variation der Intensität im kontinuierlichen Sonnenspektrum abgeleiteten Temperaturschichtung wird ein neues empirisches Sonnenmodell gewonnen. Danach liegen die Temperaturen der Sonnenatmosphäre durchweg um etwa 100° tiefer als 1948 von C. DE JAGER [12] angegeben. Zur Bestimmung der „Oberflächentemperatur“ der Sonne werden die von J. HOUTGAST [10], C. DE JAGER [12] und den *Göttinger* Astronomen [5] gemessenen Mitte-Rand-Variationen der starken Fraunhoferlinien (H, Fe) herangezogen. Die „Oberflächentemperatur“ ergab sich zu 3800° . Allerdings dürfte in den Schichten der unteren bis mittleren Chromosphäre, in welchen die Restintensitäten anscheinend entstehen, bereits mit Abweichungen vom thermischen Gleichgewicht zu rechnen sein.

Eine neue Berechnung der UV- und UR-Korrekturen der Solarkonstanten sowie Berücksichtigung der neuesten Zahlenwerte der Strahlungskonstanten führen auf eine Effektivtemperatur der Sonne von $T_e = 5780^\circ$.

Anhand eines sehr schematisierten Modelles wird gezeigt, daß infolge der Absorption in den Fraunhoferlinien die berechneten Temperaturen in der optischen Tiefe $\tau \approx 0,6$ um etwa 70° erhöht werden.

Insgesamt ergibt sich so — jedenfalls für $\tau > 0.1$ — gute Übereinstimmung zwischen berechneter und beobachteter Temperaturschichtung der Sonnenatmosphäre.

Einleitung.

Als die folgenden Untersuchungen, über deren wesentliche Ergebnisse A. UNSÖLD bereits kurz berichtete [23, 24] im Jahre 1951 begonnen wurden, gab es hauptsächlich zwei Modelle der Sonnenphotosphäre, erstens das aus den Mitte-Rand-Variationsmessungen im kontinuierlichen Spektrum von D. BARBIER [2] und C. DE JAGER [12] 1948 bestimmte „empirische“ Modell und zweitens das unter der Annahme von Strahlungsgleichgewicht mit Hilfe des Λ -Iterationsverfahrens von D. LABS [16] berechnete¹ „theoretische“ Modell. In Abb. 1 vergleichen wir zunächst diese beiden Temperaturschichtungen. Die von D. LABS berechnete Schichtung wurde dabei als Funktion von $\bar{\tau}^*$ aufgetragen, d. h. als Funktion der optischen Tiefe, welche dem Rosselandschen

¹ Das von J. C. PECKER [21] angegebene Modell wurde nach einer prinzipiell gleichartigen Methode berechnet. Einzelne quantitative Unterschiede werden bei D. LABS [16] diskutiert.

Mittelwert über den Absorptionskoeffizienten (einschließlich der Linien) entspricht. DE JAGERS Temperaturschichtung dagegen wurde als Funktion des τ_0 , d. h. der zur Wellenlänge $\lambda = 5010 \text{ \AA}$ gehörenden optischen Tiefe eingezeichnet. In den oberflächennahen Schichten ergeben sich Temperaturdifferenzen bis zu 640° . Zum Beispiel liefert C. DE JAGERS Modell eine Oberflächentemperatur $T_0 = 4920^\circ$, während D. LABS $T_0 = 4280^\circ$ erhält.

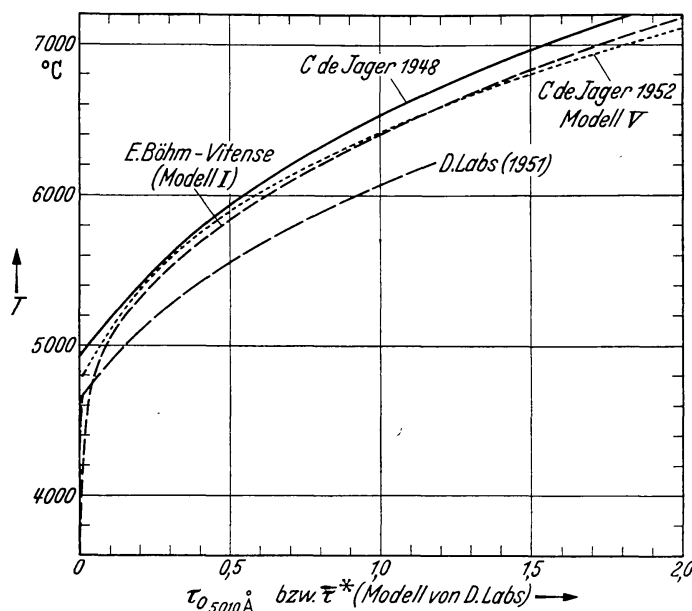


Abb. 1. Temperaturschichtung als Funktion der optischen Tiefe τ_0 für $5010 \text{ \AA}$ für DE JAGERS Modell 1948 (—), für dessen Modell V von 1952 (.....) und für unser empirisches Modell I (— — —). Außerdem ist die theoretische Temperaturschichtung nach D. LABS eingezeichnet als Funktion von $\bar{\tau}^*$, d. h. der optischen Tiefe, welche dem Rosselandschen Mittelwert über κ_ν einschließlich der Linien entspricht.

Wie läßt sich dieser unerwartet große Unterschied verstehen? Das empirische Modell wurde nach der bekannten LUNDBLADSchen Methode aus den gemessenen Mitte-Rand-Variationen im Kontinuum abgeleitet: Für die Kirchhoff-Planck-Funktion als Funktion der optischen Tiefe τ_ν wird der Ansatz gemacht

$$B_\nu(\tau_\nu) = a_{\nu 0} + a_{\nu 1} \cdot \tau_\nu + \frac{a_{\nu 2}}{2} \tau_\nu^2 + \dots \quad (1)$$

Man erhält dann aus

$$I_\nu(0, \vartheta) = \int_0^\infty B_\nu(\tau_\nu) e^{-\tau_\nu \sec \vartheta} d\tau_\nu \sec \vartheta, \quad (2)$$

$$I_\nu(0, \vartheta) = a_{\nu 0} + a_{\nu 1} \cos \vartheta + a_{\nu 2} \cos^2 \vartheta. \quad (3)$$

Umgekehrt liefert das gemessene $I_\nu(0, \vartheta)$ nach Approximation durch ein Polynom der Form (3) sofort die Koeffizienten der Entwicklung (1). Da nun Meßwerte der $I_\nu(0, \vartheta)$ nur für einen Bereich $1 \geq \cos \vartheta \geq 0.3$

vorliegen, so ist die daraus abgeleitete Funktion $B_\nu(\tau_\nu)$ auch nur zuverlässig für einen entsprechenden Bereich von τ_ν . Man kann deshalb sicher nichts aussagen über die Temperaturen der Schichten $\tau_\nu < 0.1$, insbesondere kann man über einen evtl. steilen Temperaturabfall bei $\bar{\tau} = 0.01$ (wie ihn die Rechnungen von D. LABS forderten) nichts erfahren. Es wurde deshalb — nach einem Vorschlag von A. UNSÖLD — versucht, die Temperaturschichtung dieser oberflächennahen Schichten aus den Mitte-Rand-Variationen der *Restintensitäten* der starken Balmer- und Eisenlinien abzuleiten. So ergab sich eine Grenztemperatur der Sonne von etwa 3800°K .

Der Vergleich des empirischen mit dem theoretischen Sonnenmodell in Abb. 1 läßt aber auch in größeren optischen Tiefen ($\bar{\tau} = 2/3$) Temperaturdifferenzen von etwa 400° erkennen, für die zunächst keinerlei Erklärung ersichtlich war¹. Da nach den Untersuchungen von A. S. EDDINGTON [9] und D. BARBIER [3] die Effektivtemperatur eines Sternes etwa seiner Temperatur in $\bar{\tau} = 2/3$ entspricht, sollte man erwarten, daß das empirische Sonnenmodell in $\bar{\tau} = 2/3$ eine Temperatur hätte, die gleich der aus der gemessenen Solarkonstanten bestimmten Effektivtemperatur $T_e = 5713^\circ$ sei. Tatsächlich fanden aber D. BARBIER und C. DE JAGER einen Wert, der um etwa 400° höher liegt. Diese Diskrepanz bewog uns im Jahre 1951, sowohl das vorliegende empirische wie auch das theoretische Sonnenmodell einer kritischen Prüfung zu unterziehen.

Auf die 1952 von C. DE JAGER [13] veröffentlichten weiteren Untersuchungen zum „empirischen“ Sonnenmodell werden wir im Abschnitt A III eingehen.

A. Das empirische Sonnenmodell.

I. Kritische Untersuchung der Ableitung des „empirischen“ Modells VON DE JAGER (1948).

Wie bereits erwähnt, ging DE JAGER 1948 von einer Arbeit D. BARBIERs [2] aus, der nach der oben beschriebenen LUNDBLADschen Methode das $B_\nu(\tau_\nu)$ aus den gemessenen Mitte-Rand-Variationen im Kontinuum bestimmt hatte. Wir haben nun die BARBIERschen Rechnungen noch einmal sorgfältig überprüft. Die Temperaturschichtungen, die D. BARBIER direkt aus den $I_\nu(0, \vartheta)$ für die verschiedenen Wellenlängen erhält, stimmen untereinander im Bereich $0.2 < \tau_\nu < 1$ sehr gut überein, wenn man die Wellenlängenabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten κ berücksichtigt. BARBIER geht nun aber weiterhin davon aus, daß die Oberflächentemperatur für alle Wellenlängen die gleiche sein müsse.

¹ Der Unterschied der Abszissen der beiden Modelle der Abb. 1 vermag nur einen geringen Prozentsatz dieser Differenz zu erklären. Wir kommen darauf im Abschnitt B III zurück.

Da nach Gl. (1) der Koeffizient $a_{\nu,0}$ der Entwicklung (3) die Oberflächentemperatur ($\tau_{\nu} = 0$) bestimmt, so korrigiert BARBIER die $a_{\nu,0}$ einheitlich auf den Mittelwert der Oberflächentemperaturen, die er zunächst für die verschiedenen Wellenlängen erhalten hatte. Es scheint dabei übersehen worden zu sein, daß mit diesem korrigierten $a_{\nu,0}$ die Darstellung (3) unter Umständen nicht mehr die beste Approximation der gemessenen Mitte-Rand-Variation $I_{\nu}(0, \vartheta)$ ist. Jedenfalls sind durch diese Korrektur die Temperaturwerte bei BARBIER im Mittel um etwa 80° höher gerückt. Da wir heute wissen, daß die aus der Mitte-Rand-Variation im Kontinuum durch *Extrapolation* gewonnene Grenztemperatur durch den steilen Temperaturabfall an der Oberfläche durchaus verschieden sein kann für verschiedene Wellenlängen, so erscheint uns die Korrektur auf gleiche Oberflächentemperatur nicht mehr gerechtfertigt. Wir haben nun nicht noch einmal eine mittlere Temperaturschichtung aus den ursprünglichen BARBIERSchen Werten bestimmt, sondern haben direkt auf die von D. CHALONGE und V. KOURGANOFF [6] veröffentlichten Werte von $T(\tau_0)$ zurückgegriffen. Diese haben wir noch korrigiert entsprechend den neuen Strahlungskonstanten in der Kirchhoff-Planck-Funktion. (Dadurch werden die Temperaturen um etwa 20° niedriger.) Die so gewonnenen Temperaturwerte liegen dann 100 – 120° tiefer als die von D. BARBIER und C. DE JAGER angegebenen.

II. Konstruktion eines neuen empirischen Sonnenmodells.

Mit dieser neu bestimmten Temperaturschichtung, die etwa im Bereich $0.2 < \tau_0 < 1.5$ zuverlässig sein dürfte (durch die verschiedene Größe von κ im untersuchten Wellenlängenbereich kommen wir bei Berücksichtigung aller Messungen noch etwas über das in der Einleitung bei der Diskussion des LUNDBLADSchen Verfahrens angegebene Intervall für τ_0 hinaus), können wir nun daran gehen, ein neues Sonnenmodell zu konstruieren. Über die Schichten $\tau_0 < 0.2$ wissen wir nur (s. Abschn. C), daß die Grenztemperatur bei $\sim 3800^{\circ} \pm 100^{\circ}$ liegt. Für den Bereich $0 \leq \tau_0 < 0.2$ bleibt nichts anderes übrig, als eine möglichst plausible Interpolation, z. B. mit Exponentialfunktionen. Wir möchten die folgenden beiden Möglichkeiten zur Diskussion stellen: Bei dem Modell I (Tab. 1) haben wir einen relativ flachen Temperaturabfall in der Nähe der Oberfläche angenommen, mit dem sich die gemessenen niedrigen Anregungstemperaturen einiger Metalle wiedergeben lassen. Bei dem Modell II (Tab. 1) haben wir uns leiten lassen durch den von D. LABS gefundenen steilen Temperaturabfall an der Oberfläche mit einer etwas höheren Grenztemperatur¹. Mit diesem Modell lassen sich — diese Rechnungen sollen hier nicht im einzelnen wiedergegeben

¹ Zur Zeit der Ableitung dieser Modelle war noch nicht geklärt, inwieweit die diesbezüglichen Ergebnisse von D. LABS einer Korrektur bedurften.

Tabelle 1.

Modell I				Modell II		
τ (5010 Å)	T	$\log P_g$	$\log P_e$	T	$\log P_g$	$\log P_e$
0	3795	— ∞	— ∞	4006	— ∞	— ∞
0.001	3850	3.46	0.18—1	4164	3.29	0.38—1
0.002	3898	3.65	0.35—1	4284	3.51	0.59—1
0.003	3943	3.76	0.47—1	4379	3.62	0.70—1
0.004	3988	3.83	0.56—1	4454	3.70	0.79—1
0.005	4030	3.88	0.64—1	4520	3.77	0.88—1
0.006	4067	3.93	0.70—1	4568	3.82	0.94—1
0.007	4104	3.96	0.75—1	4610	3.86	0.00
0.008	4138	3.99	0.81—1	4644	3.89	0.02
0.009	4173	4.02	0.85—1	4673	3.92	0.05
0.010	4200	4.04	0.88—1	4700	3.95	0.10
0.02	4443	4.20	0.18	4820	4.15	0.32
0.03	4608	4.28	0.34	4868	4.23	0.41
0.04	4721	4.34	0.44	4900	4.30	0.48
0.05	4806	4.39	0.51	4930	4.36	0.53
0.07	4908	4.46	0.60	4988	4.43	0.60
0.10	5055	4.54	0.70	5066	4.53	0.71
0.20	5310	4.70	0.90	5310	4.68	0.90
0.3	5510	4.80	1.05	5510	4.78	1.05
0.4	5680	4.87	1.17	5680	4.86	1.17
0.5	5830	4.92	1.32	5830	4.91	1.31
0.6	5965	4.95	1.43	5965	4.94	1.43
0.7	6080	4.97	1.55	6080	4.97	1.55
0.8	6200	4.99	1.65	6200	4.99	1.65
0.9	6305	5.01	1.70	6305	5.01	1.70
1.0	6405	5.02	1.78	6405	5.02	1.78
1.2	6585	5.05	1.93	6585	5.05	1.93
1.4	6755	5.07	2.06	6755	5.07	2.06
1.5	6835	5.09	2.11	6835	5.09	2.11
1.8	7047	5.10	2.27	7047	5.10	2.27
2.0	7180			7180		

werden — die gemessenen niedrigen Anregungstemperaturen nicht wiedergeben. Wir haben deshalb in Abb. 1 nur das Modell I mit eingezeichnet.

Ein Vergleich der Modelle I und II in Tab. 1 zeigt übrigens, daß sich die Unsicherheit der Temperaturen und Drucke in der Nähe der Oberfläche auf Schichten $\tau_0 > 0.2$ nicht mehr auswirkt.

III. Vergleich unserer Modelle mit den DE JAGERSchen Modellen von 1952.

1952 hat C. DE JAGER [13] mehrere neue empirische Sonnenmodelle angegeben. Für einen Vergleich mit unseren Ergebnissen ist vor allem sein Modell V wichtig, das ebenfalls aus den Mitte-Rand-Variationsmessungen im Kontinuum abgeleitet wurde.

Bei DE JAGERS Modell VII, das im wesentlichen aus Mitte-Rand-Variationsmessungen der Balmerlinien gewonnen wurde, scheint es nicht ganz sicher, ob nicht die Ergebnisse durch Inhomogenitäten der Temperatur in der Sonnenatmosphäre entstellt werden, denn nach den Untersuchungen der Verfasserin [28] können die Temperaturdifferenzen in gleicher geometrischer Tiefe bis zu 1000° betragen. Außerdem könnten auch Abweichungen vom thermischen Gleichgewicht bei der Anregung des Wasserstoffs in den höchsten Sonnenschichten das Ergebnis erheblich beeinflussen.

Wir haben deshalb in Abb. 1 nur DE JAGERS Modell V mit eingetragen. Auch DE JAGER fand, daß die Temperaturen seines Modells von 1948 zu hoch sind. Seine neuen Temperaturwerte sind im Mittel etwa 50° niedriger als die alten. Dennoch ergeben sich in den wesentlichen Atmosphärenschichten noch Differenzen bis zu 70° zwischen DE JAGERS Modell V und unserem Modell I. Der Grund dafür ist schwer ersichtlich. Eine Differenz von etwa 20° rührt wahrscheinlich daher, daß wir die neuen Strahlungskonstanten in der Kirchhoff-Planck-Funktion benutzt haben. Dadurch werden unsere Temperaturen herabgesetzt. Wir möchten annehmen, daß die restliche Differenz von 50° einerseits zurückzuführen ist auf die Unsicherheit der Mitte-Rand-Variationsmessungen, andererseits aber auch auf die Unzulänglichkeit der Methoden zur Umkehrung der Integralgleichung (2). D. BARBIER benutzt ein 3- oder 4-gliedriges Polynom zur Darstellung des $I_\nu(0, \vartheta)$, C. DE JAGER ein 2-gliedriges Polynom + e -Funktion zur Darstellung seiner Korrektionsgröße $\Delta I_\nu(0, \vartheta)$.

A priori kann man annehmen, daß zur Darstellung des *gesamten* Temperaturverlaufs die e -Funktions-Approximation wohl die bessere ist, zur Berechnung der *Korrektur* der Temperaturschichtung könnte sie dagegen weniger geeignet sein. Es erscheint deshalb nicht ganz unmöglich, daß die Ausbuchtung, welche DE JAGERS Temperaturkurve von unserer unterscheidet, durch den e -Ansatz hineingebracht wird. Andererseits könnte natürlich auch durch den Polynomansatz eine tatsächlich vorhandene Ausbuchtung ausgebügelt werden!

Wir möchten daher annehmen, daß man bei allen empirischen Modellen noch mit einer Unsicherheit von $\pm 50^\circ$ zu rechnen hat.

C. DE JAGER weist in seiner Arbeit darauf hin, daß es unmöglich sei, eine einheitliche Temperaturschichtung für die verschiedenen Wellenlängen $4000 < \lambda < 5000 \text{ \AA}$ anzugeben. Bei unseren Untersuchungen trat diese Schwierigkeit nicht auf. C. DE JAGER berücksichtigt nun bei der kontinuierlichen Absorption nur diejenige vom H und H⁻, während bei uns auch die Metallabsorption im UV in Betracht gezogen wurde. Ein Blick auf die von der Verfasserin berechneten kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten [27] zeigt, daß die Metalle gerade in dem Bereich $\lambda < 5000 \text{ \AA}$ anfangen, einen merklichen Beitrag zur kontinuierlichen Absorption zu liefern. Die Metallabsorption erhöht den kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten bei $\lambda = 4000 \text{ \AA}$ um 20–25% und bei $4500 \text{ \AA}$ um etwa 10–12%, während sie bei $5000 \text{ \AA}$ nur noch etwa 2–3% ausmacht. Aus der Abb. 1 sieht man aber, daß eine Änderung der τ_ν um etwa 10% die Temperatur gerade um etwa 1° ändert, und daß entsprechend eine Änderung des τ_ν um 20% eine Temperaturänderung von 2° bewirkt. Das ist aber gerade die Größe der Differenzen, die

DE JAGER beim Vergleich seiner Temperaturschichtungen für die verschiedenen Wellenlängen erhält. Die Differenz hat auch das richtige Vorzeichen. (Das Verhältnis $\tau_{5000} : \tau_{4000}$ wird zu groß angenommen, infolgedessen rückt beim Aufschieben der Temperaturschichtungen für 4000 Å und 5000 Å auf eine τ_v -Skala die Temperaturschichtung für 4000 Å zu weit zu größeren τ_v , d. h. unter die Kurve für 5000 Å.) DE JAGER meint, daß die Wellenlängenabhängigkeit des Modelles, die er herausbekommt, für sehr hohe Schichten verschwinden müsse, falls sie nur auf einer falschen Annahme über den kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten beruhe. Die Abb. 1 zeigt aber, daß der zunehmend steiler werdende Temperaturabfall in den höheren Atmosphärenschichten gerade dafür sorgt, daß bis in die höchsten Schichten hinauf einer Änderung des τ_v um 10% immer eine Änderung von T um etwa 1% entspricht. Wir sind deshalb der Meinung, daß die bei DE JAGER diskutierte Wellenlängenabhängigkeit der Temperaturschichtung auf die Vernachlässigung der Metallabsorption zurückzuführen ist.

Wir glauben, mit diesen Diskussionen die Frage des „empirischen“ Sonnenmodells soweit geklärt zu haben, wie dies im Augenblick möglich erscheint. Wir wollen uns deshalb nunmehr der kritischen Betrachtung des „theoretischen“ Sonnenmodells zuwenden.

B. Die „theoretische“ Temperaturschichtung der Sonne.

I. Effektivtemperatur der Sonne.

In die Theorie der Temperaturschichtung der Sonnenatmosphäre geht wesentlich die Effektivtemperatur der Sonne ein, die wir aus der gemessenen Solarkonstanten bestimmen. D. LABS [16] hatte seinen Rechnungen eine Effektivtemperatur der Sonne von 5713° zugrunde gelegt. Wie in der Einleitung bereits erwähnt, sollte nach D. BARBIER [3] die Effektivtemperatur etwa gleich der Temperatur der Atmosphäre in $\bar{\tau} = 2/3$ sein. Aus der Abb. 1 liest man aber für unser neues empirisches Sonnenmodell I in $\tau_0 = 2/3$ eine Temperatur von 6050° ab, also einen Wert, der um 300° höher liegt als das von D. LABS benutzte T_e ¹. Wir haben deshalb zunächst noch einmal die Überlegungen, die zu dem Wert $T_e = 5713^\circ$ führten, überprüft.

Die Messungen von C. G. ABBOT zur Bestimmung der Solarkonstante wurden für den Wellenlängenbereich $3420 \text{ Å} \leq \lambda \leq 23000 \text{ Å}$ durchgeführt. Nach Anbringen einer Ultraviolett-korrektur von 3.44% und einer Ultrarotkorrektur von 2% ergab sich eine Solarkonstante von $1,947 \text{ cal/cm}^2 \text{ min}$. Davon ist eine Skalenkorrektur von 2.4% abziehen. Das ergibt, $1,900 \text{ cal/cm}^2 \text{ min}$. Unsicher sind dabei die Ultraviolett- und Ultrarotkorrekturen, die wir daher neu bestimmt haben. Die Ultraviolett-korrektur wurde berechnet anhand der bei E. DURAND [8] veröffentlichten Raketenmessungen. Es ergab sich ein Wert von 3,89%, der sich nicht wesentlich von den alten 3.44% unterscheidet. Da für den ultraroten Spektralbereich keine Messungen vorlagen, die

¹ Daß der Unterschied von τ_0 und $\bar{\tau}$ diese Differenz nicht erklären kann, werden wir in Abschn. B III zeigen.

zur empirischen Bestimmung der Ultrarotkorrektur dienen konnten, wurde hier von der Theorie Gebrauch gemacht. Wie bereits mehrfach erwähnt, entspricht nach D. BARBIER der Strahlungsstrom F_ν in einer Frequenz ν der Kirchhoff-Planck-Funktion, die zu der Temperatur der optischen Tiefe $\tau_\nu = 2/3$ gehört. Wir haben deshalb die Intensität der Sonnenstrahlung in den verschiedenen Wellenlängen des ultraroten Spektralbereichs berechnet als Intensität der Kirchhoff-Planck-Funktion, die zu dem jeweiligen $\tau_\nu = 2/3$ gehört. Dabei haben wir die empirische Temperaturschichtung zugrunde gelegt¹. Es ergab sich eine Ultrarotkorrektur von 4.78% im Gegensatz zu den alten 2%.

Insgesamt haben wir eine neue Ultraviolett- + Ultrarotkorrektur von 3.89% + 4.78% = 8.67% erhalten im Gegensatz zu den alten 5.44%. Die neue Solarkonstante wird damit um 3.23% höher als die alte, nämlich 1,96 cal/cm²min². Nimmt man für die Strahlungskonstante σ noch den neuen Wert, der sich aus den anderen Naturkonstanten ergibt, nämlich $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-5}$ CGS anstatt des früheren Wertes $\sigma = 5.75 \times 10^{-5}$ CGS, so erhält man eine neue Effektivtemperatur von 5780°. Dieser Wert liegt um rund 70° höher als der alte.

Damit ist die oben erwähnte Differenz von 300° zwischen T_e und T ($\tau_0 = 2/3$) aber noch nicht vollkommen geklärt. Offenbar findet in der Sonnenatmosphäre noch durch irgendeinen Mechanismus eine Temperaturerhöhung bei $\tau_0 \approx 2/3$ statt.

II. Die Temperaturerhöhung durch den Einfluß der Fraunhoferlinien.

Durch Berücksichtigung des Einflusses der Fraunhoferlinien mittels des Λ -Iterationsverfahrens hatte D. LABS s. Z. nur einen steileren Temperaturabfall in der Nähe der Sonnenoberfläche erhalten. Vergleicht man seine Ergebnisse mit den von S. CHANDRASEKHAR [7] mittels direkter Durchrechnung stark schematisierter Modelle (nach dem bekannten Näherungsverfahren von EDDINGTON) gewonnenen, so fällt auf, daß bei CHANDRASEKHAR durch den Einfluß der Linien nicht nur ein starker Temperaturabfall in der Nähe der Oberfläche hervorgerufen wird, sondern daß außerdem in tieferen Schichten überall die Temperatur bzw. — genauer gesagt — das T^4 um einen bestimmten Betrag erhöht wird. D. LABS erhält diese Temperaturerhöhung offenbar deshalb

¹ Tatsächlich wurde die DE JAGERSche Schichtung von 1948 benutzt. Da diese Temperaturen um 100° zu hoch sein dürften, wird unsere *Korrektur* um einen Faktor 1.02 zu groß, der uns aber nicht zu interessieren braucht.

² NICOLET [20] erhält bei kritischer Betrachtung des gesamten Spektralbereichs eine Solarkonstante von 1.98 cal/cm² min, was einem $T_e = 5800^\circ$ entsprechen würde. Der Unterschied gegenüber unserem Wert von 5780° liegt innerhalb der Fehlergrenzen für die Bestimmung von T_e . Auch ALLENs [1] Untersuchungen ergaben einen Wert von 1.97 cal/cm² min.

nicht, weil das von ihm angewandte Λ -Iterationsverfahren nur in sehr oberflächennahen Schichten gut konvergiert¹.

Um über die Größenordnung der zu erwartenden Temperaturverschiebung in der Sonnenatmosphäre etwas zu erfahren, wurden zwei solche schematisierte „CHANDRASEKHAR-Modelle“ durchgerechnet. (Es handelt sich dabei um Milne-Eddington-Modelle mit gleichmäßig über das ganze Spektrum verteilten Linien.) Beide Modelle wurden so eingerichtet, daß sich etwa die richtige Oberflächentemperatur $T_0 \approx 3960^\circ$ ergab, und daß $\frac{\bar{\kappa}^*}{\bar{\kappa}} = 1.18$ ² war. — Dabei ist $\bar{\kappa}^*$ der Rosselandsche Mittelwert über den Absorptionskoeffizienten *einschließlich* der Linien und $\bar{\kappa}$ derjenige ohne die Linien. — Außerdem wurden die Modelle so eingerichtet, daß der Prozentsatz η der in den Linien aus dem Kontinuum herausabsorbierten Energie, dem von R. MICHARD [17] gemessenen Wert von 12.4% entsprach. Die beiden Modelle unterschieden sich nur noch in dem angenommenen Verhältnis von Streukoeffizient σ_ν zu Absorptionskoeffizient κ_ν in den Linien, das einmal zu etwa 10% und das andere Mal zu etwa 50% angenommen wurde. Die Rechnung ergab unabhängig von dem Verhältnis σ_ν/κ_ν eine Erhöhung der Temperatur um 60–70°, in den Schichten um $\bar{\tau} = 2/3$. — Die beiden Modelle ergaben nur verschieden steile Temperaturgradienten in der Nähe der Oberfläche³. —

Um zu einem quantitativen Vergleich zwischen empirischem und theoretischem Sonnenmodell zu gelangen, müssen wir schließlich noch das Verhältnis $\frac{\bar{\kappa}^*}{\kappa_0}$ bestimmen⁴.

III. Die Absorptionskoeffizienten, insbesondere das Verhältnis von $\frac{\bar{\kappa}^*}{\kappa_0}$.

Aus dem Verhältnis der „empirischen“ und „theoretischen“ Temperaturgradienten hatte D. BARBIER für die Schichten um $\bar{\tau}^* = 2/3$ in der Sonnenatmosphäre das Verhältnis $\frac{\bar{\kappa}^*}{\kappa_0}$ zu 1.40 bestimmt.

Er war dabei ausgegangen von der „grauen“ Näherung

$$T^4 = 1/2 T_e^4 (1 + 3/2 \bar{\tau}^*),$$

¹ Siehe hierzu die Arbeit von K. H. BÖHM [4].

² Die Begründung für die Wahl dieses Wertes geben wir im nächsten Abschnitt.

³ Der in unserem empirischen Modell I angegebene Temperaturabfall in der Nähe der Oberfläche entspricht dem des Chandrasekhar-Modells mit $\sigma_\nu/\kappa_\nu = 0.1$.

⁴ Vielleicht darf an dieser Stelle daran erinnert werden, daß wir folgende Bezeichnungen gewählt haben:

κ_ν Linienabsorptionskoeffizient.

κ Absorptionskoeffizient im Kontinuum.

κ_0 kontinuierlicher Absorptionskoeffizient für $\lambda = 5010 \text{ \AA}$.

$\bar{\kappa}$ Rosselandscher Mittelwert des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten.

$\bar{\kappa}^*$ Rosselandscher Mittelwert über den gesamten Absorptionskoeffizienten einschließlich der Linien.

woraus man sofort erhält

$$\frac{dT^4}{d\bar{\tau}^*} = 3/4 T_e^4$$

und

$$\frac{dT^4}{d\tau_0} = 3/4 T_e^4 \cdot \frac{\bar{\kappa}^*}{\kappa_0}.$$

Das Verhältnis des empirisch bestimmten $\frac{dT^4}{d\tau_0}$ zu dem $\frac{dT^4}{d\bar{\tau}^*}$ der theoretischen Temperaturschichtung sollte also direkt das Verhältnis $\frac{\bar{\kappa}^*}{\kappa_0}$ angeben.

Der hohe Wert von $\frac{\bar{\kappa}^*}{\kappa_0} = 1.40$ ließ sich aber unter keinen Umständen mit der Theorie der Absorptionskoeffizienten in Einklang bringen.

Nun lag aber der BARBIERSchen Bestimmung von $\frac{dT^4}{d\tau_0}$ sein empirisches Modell (d. h. das, welches C. DE JAGER 1948 benutzte) zugrunde. Für das theoretische $\frac{dT^4}{d\bar{\tau}^*}$ benutzte er das „graue“ Modell der Sonnenatmosphäre, das in den in Frage kommenden Schichten mit dem von D. LABS identisch ist. Wir haben oben gezeigt, daß die von BARBIER empirisch bestimmten Temperaturen etwa 120° zu hoch sein dürften. Da $d(T^4) = 4 T^3 dT$ ist, so wird bei gleichem $\frac{dT}{d\tau_0}$ das $\frac{dT^4}{d\tau_0}$ für die neue empirische Schichtung etwa 9% ($\sim T^3$) kleiner als für die alte. Außerdem hatte die neue Bestimmung der Effektivtemperatur einen um 70° höheren Wert ergeben als der von BARBIER angenommene. Dadurch erhöht sich das theoretisch bestimmte $\frac{dT^4}{d\bar{\tau}^*}$ ($\sim T_e^4$) um etwa 5%. Das Verhältnis $\frac{dT^4}{d\bar{\tau}^*}$ zu dem $\frac{dT^4}{d\tau_0}$ wird damit um den Faktor $1.09 \cdot 1.05 = 1.14$ kleiner (der Zähler wird kleiner, der Nenner größer), so daß man schließlich ein Verhältnis $\frac{\bar{\kappa}^*}{\kappa_0} = 1.23$, also einen wesentlich niedrigeren Wert als D. BARBIER, erhält. Die Frage ist, ob wir dieses Verhältnis $\frac{\bar{\kappa}^*}{\kappa_0} = 1.23$ anhand der Theorie der Absorptionskoeffizienten verstehen können.

Werfen wir einen Blick auf die von der Verfasserin berechneten kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten [27], so sehen wir, daß für die Temperaturen und Drucke in der Sonnenphotosphäre κ_0 und $\bar{\kappa}$ (nur für das Kontinuum) etwa gleich sind. — Die Unterschiede betragen höchstens 7% und haben z. T. verschiedenes Vorzeichen, so daß sich das Verhältnis $\tau_0 : \bar{\tau}$ höchstens um 5% von 1 unterscheidet. — Bei unseren Berechnungen ist nur noch die der Metallabsorptionskoeffizienten mit einer merklichen Unsicherheit behaftet¹. Es wurde deshalb geprüft, ob durch eine Ver-

¹ Leider ist bei der Berechnung der Metallabsorptionskoeffizienten in [27] ein kleiner Fehler unterlaufen. Bei der Berechnung der Ionisation von Fe und Si wurde ein Faktor 2 in der Sahaformel vergessen. Der dadurch entstehende Fehler

änderung der Metallabsorption innerhalb ihrer möglichen Fehlergrenzen (etwa einen Faktor 2—3) eine merkliche Änderung des $\frac{\bar{\kappa}}{\kappa_0}$ bewirkt werden könne. Es ergab sich jedoch, daß durch eine Vergrößerung der Metallabsorption zwar das $\bar{\kappa}$ heraufgesetzt, das κ_0 aber ebenfalls in demselben Maße vergrößert wurde, so daß sich das Verhältnis $\frac{\bar{\kappa}}{\kappa_0}$ *nicht* änderte.

Ein Vergleich mit den von CHALONGE und KOURGANOFF [6] bestimmten empirischen $\frac{\kappa_\nu}{\kappa_0}$ zeigte übrigens, daß für den hier untersuchten Wellenlängenbereich ($\lambda > 4500 \text{ \AA}$) die in [27] berechneten Metallabsorptionskoeffizienten genauer zu sein scheinen als man a priori annehmen konnte¹.

Die geringe Unsicherheit des κ im Ultraroten hat keine Bedeutung für das Verhältnis $\frac{\bar{\kappa}}{\kappa_0}$.

Als nächstes muß der Einfluß der Linienabsorption untersucht werden. D. LABS [16] hatte gefunden, daß die Linienabsorption das $\bar{\kappa}$ maximal um etwa 10% erhöht. Einem Vorschlag von A. UNSÖLD folgend, haben wir das Verhältnis von $\frac{\bar{\kappa}^*}{\bar{\kappa}}$ noch auf einem anderen, mehr empirischen Weg abzuschätzen versucht, der allerdings nur eine grobe Näherung liefert:

Bezeichnet man die Intensität in der Linie mit I_ν , die im Kontinuum mit I_0 , und approximiert man die Kirchhoff-Planck-Funktion durch eine lineare Funktion der optischen Tiefe $B = B_0(1 + \beta \tau)$, so wird in der Sonnenmitte

$$\frac{I_0 - I_\nu}{I_0} = 1 - \frac{I_\nu}{I_0} = 1 - \frac{1 + \beta \frac{\kappa}{\kappa + \kappa_\nu}}{1 + \beta} = \frac{\beta}{1 + \beta} \left(1 - \frac{\kappa}{\kappa + \kappa_\nu} \right). \quad (4)$$

Nimmt man β über einen gewissen Spektralbereich (bei uns $100 \text{ \AA}$) als konstant an und integriert über diesen Bereich, so erhält man links η_λ , den Bruchteil, der in diesem Gebiet durch die Linien aus dem Kontinuum herausabsorbierten Energie (bei R. MICHARD [17] mit ε_λ bezeichnet). Durch Auflösen von (4) nach $\frac{\kappa}{\kappa + \kappa_\nu}$

kann maximal bis zu einem Faktor 2 in den Metallabsorptionskoeffizienten ausmachen. (Wenn Fe und Si größtenteils ionisiert sind, andererseits aber gerade noch genügend neutrale Atome zum Absorbieren vorhanden sind, sind die angegebenen Metallabsorptionskoeffizienten um einen Faktor 2 zu groß.) Da die Metallabsorptionskoeffizienten ohnehin um einen Faktor 2—3 unsicher sind, scheint eine neue Berechnung der Metallabsorption nicht gerechtfertigt.

¹ MICHARD [18] findet bei $\lambda = 4485 \text{ \AA}$ eine Abweichung des empirischen vom theoretischen κ von 3%. Erst bei $\lambda = 3200 \text{ \AA}$ steigt diese bis zu 62% an. Selbst diese Erhöhung des κ um 62% ließe sich durch eine Erhöhung der Metallabsorption um einen Faktor 3 erreichen, was allerdings in Anbetracht des oben erwähnten Rechenfehlers vielleicht doch etwas unwahrscheinlich ist. Aber bevor man daran geht, die ultraviolette Absorption im einzelnen zu diskutieren, wäre es vielleicht doch wohl nötig, zu prüfen, mit welcher Sicherheit sich das Kontinuum in diesem Wellenlängenbereich festlegen läßt.

und Multiplikation mit $\frac{\bar{\kappa}}{\kappa}$ erhält man

$$\frac{\bar{\kappa}}{\kappa + \kappa_v} = \left(1 - \eta_\lambda \frac{1 + \beta_\lambda}{\beta_\lambda}\right) \cdot \frac{\bar{\kappa}}{\kappa}. \quad (5)$$

Das Integral

$$\int_0^\infty \frac{\bar{\kappa}}{\kappa + \kappa_v} \cdot G \, dv = \int_0^\infty \left(1 - \eta_\lambda \cdot \frac{1 + \beta_\lambda}{\beta_\lambda}\right) \cdot \frac{\bar{\kappa}}{\kappa} G \, dv, \quad (6)$$

wobei G die Rosselandsche Gewichtsfunktion bedeutet, gibt dann unser gesuchtes $\frac{\bar{\kappa}}{\bar{\kappa}^*}$. — Die β_λ haben wir der Arbeit von CHALONGE u. KOURGANOFF entnommen [6].

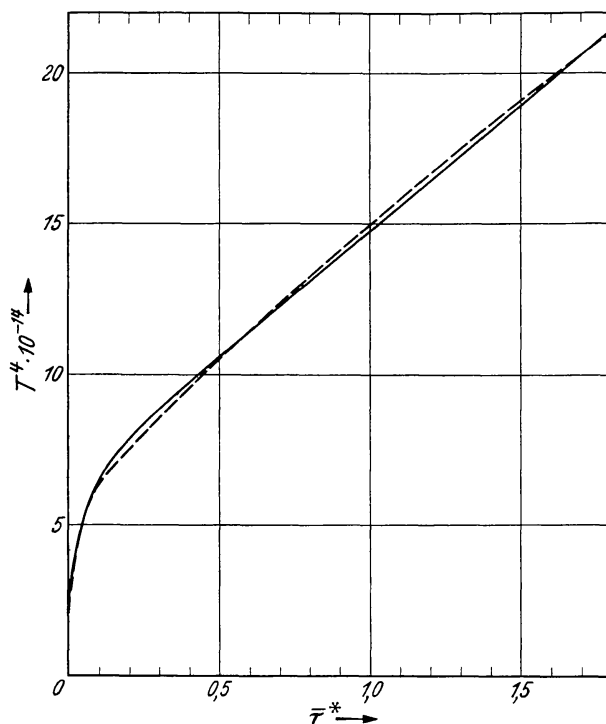


Abb. 2. T^4 als Funktion von $\bar{\tau}^*$, (— — —) für unser empirisches Modell I, (—) für das CHANDRASEKHAR-Modell mit $\bar{\kappa}^*/\bar{\kappa} = 1,18$, $\eta = 12,4\%$ und $\sigma_v/\kappa_v = 10\%$ in den Linien, sowie $T_0 = 3900^\circ$.

Auf diese Weise erhielten wir $\frac{\bar{\kappa}^*}{\bar{\kappa}} = 1.22$. — Dieser Wert dürfte eine obere Grenze darstellen, da der Temperaturverlauf in den für die Linienentstehung wichtigen Tiefen steiler sein dürfte als dem von uns verwendeten β entspricht, das sich auf größere Tiefen bezieht¹. — Man sieht, daß man das von der Beobachtung geforderte Verhältnis $\frac{\bar{\kappa}^*}{\kappa_0} = 1.23$ sehr gut durch das Zusammenwirken von kontinuierlicher und Linienabsorption verstehen kann².

Für den quantitativen Vergleich von empirischem und theoretischem Sonnenmodell haben wir das $\frac{\bar{\kappa}}{\kappa_0}$ für die verschiedenen Tiefen

den Rechnungen der Verfasserin entnommen. Das $\frac{\bar{\kappa}^*}{\bar{\kappa}}$ wurde — mangels besserer Kenntnis — tiefenunabhängig zu 1,18 angenommen. Damit

¹ Wir haben deshalb bei den CHANDRASEKHAR-Modellen einen Wert von $\bar{\kappa}^*/\bar{\kappa} = 1,18$ verwendet, der aber auch noch zu groß sein dürfte.

² Die Rechnungen von K. H. BÖHM [4] bestätigen den von D. LABS gefundenen Wert von $\bar{\kappa}^*/\bar{\kappa} = 1.10$. Die verbesserte Strahlungsgleichgewichtstheorie ergibt aber andererseits eine stärkere Temperaturerhöhung durch den Einfluß der Linienabsorption, so daß der Vergleich des empirischen mit dem theoretischen Temperaturgradienten dann auch einen kleineren Wert von $\bar{\kappa}^*/\kappa_0$ fordert.

haben wir das *theoretische* CHANDRASEKHAR-Modell mit $\frac{\sigma_\nu}{\kappa_\nu} = 0.1$ und das *empirische* Modell I der Tab. 1 als Funktion von $\bar{\tau}^*$ berechnet. Aus der Abb. 2 sieht man, daß man sehr gute Übereinstimmung zwischen den *beiden* Modellen erhält¹.

C. Die oberflächennahen Schichten der Sonne.

Wir haben in den obigen Diskussionen wiederholt von einer Grenztemperatur der Sonne, $T_0 = 3800^\circ$ Gebrauch gemacht. In diesem Abschnitt werden wir nun die Begründung für diesen Zahlenwert geben.

Zunächst hatten wir uns überzeugt, daß die beobachtete Mitte-Rand-Variation der Strahlungsintensität im Kontinuum uns keinen Aufschluß über die Grenztemperatur der Sonne zu geben vermochte, — die Rechnungen von K. H. BÖHM haben gezeigt, daß man auch mit der verbesserten Strahlungsgleichgewichtstheorie keine sichere Aussage über *die* Grenztemperatur machen kann —. Wir haben deshalb, einem Vorschlag von A. UNSÖLD folgend, die Mitte-Rand-Variation der starken Fraunhoferlinien zur Bestimmung der Temperaturschichtung in den höchsten Sonnenschichten herangezogen.

Messungen der Restintensitäten der starken Balmer- und Eisenlinien von J. HOUTGAST [10], C. DE JAGER [11] sowie P. TEN BRUGGENCATE, F. W. JÄGER und P. H. GOLLNOW [5] ergaben, daß die Absolutwerte der Restintensitäten (*nicht* bezogen auf das Kontinuum) von der Mitte zum Rande der Sonnenscheibe hin abnehmen. Das heißt aber, daß die Temperatur auch in *den* Schichten, in denen diese Restintensitäten gebildet werden, noch abfällt. Dies schien zunächst erstaunlich, wird aber durch die theoretischen Untersuchungen von K. H. BÖHM verständlich, nach denen die Linien immer einen Temperaturabfall gerade in *den* Schichten bewirken, in denen sie entstehen.

In der Abb. 3 haben wir zunächst die Mitte-Rand-Variationen der Restintensitäten der Balmerlinien aufgezeichnet. Sie wurden abgeleitet aus den relativ zum Kontinuum gemessenen Restintensitäten unter

¹ Inzwischen hat K. H. BÖHM [4] eine genaue Berechnung der theoretischen Temperaturschichtung für eine im Strahlungsgleichgewicht befindliche Sonnenatmosphäre durchgeführt. Er erhielt eine Temperaturschichtung, die sich von der unseres CHANDRASEKHAR-Modells — abgesehen von den oberflächennahen Schichten — kaum unterscheidet.

Es mag zunächst verwunderlich erscheinen, daß wir mit unserem zu großen Wert von $\bar{\kappa}^*/\bar{\kappa} = 1.18$ und dem so stark schematisierten CHANDRASEKHAR-Modell dennoch eine Temperaturschichtung erhielten, die sich von den Ergebnissen der genauen Rechnungen [4] nur wenig unterscheidet. Der Grund dafür ist wahrscheinlich, daß wir zweimal den gleichen Fehler machten (nämlich sowohl bei der Bestimmung des $\bar{\kappa}^*/\bar{\kappa}$ als auch bei der Berechnung des CHANDRASEKHAR-Modells wurde mit MILNE-EDDINGTON-Modell gerechnet), so daß sich die Fehler im Endergebnis näherungsweise heraushoben.

Berücksichtigung der bekannten Mitte-Rand-Variationen im Kontinuum selbst. — Für die absolute Festlegung der Intensitätsskala wurde

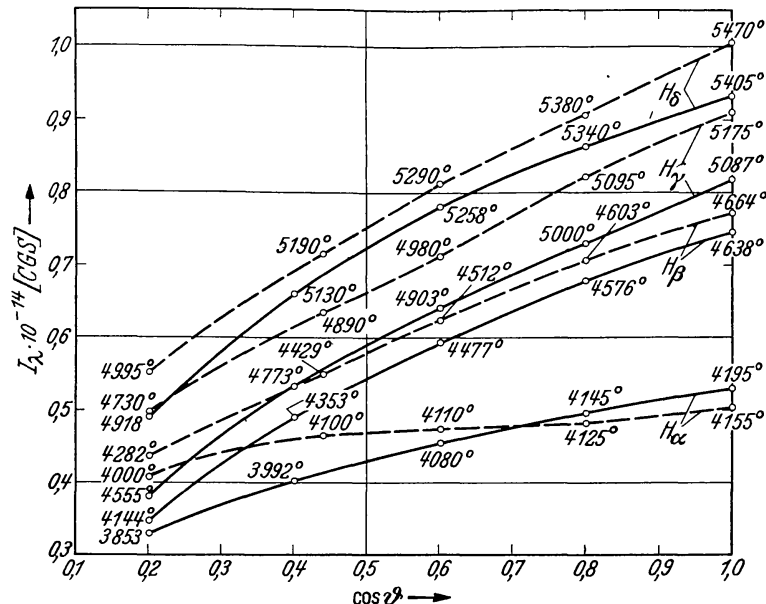


Abb. 3. Mitte-Rand-Variation der Restintensitäten der Balmerlinien H_α , H_β , H_γ und H_δ nach den *Utrechter* (—) bzw. den *Göttinger* (---) Messungen. Die an die Kurvenpunkte angeschriebenen Zahlen bezeichnen die Strahlungstemperaturen, welche bei der betr. Wellenlänge die gemessenen Intensitäten ergeben.

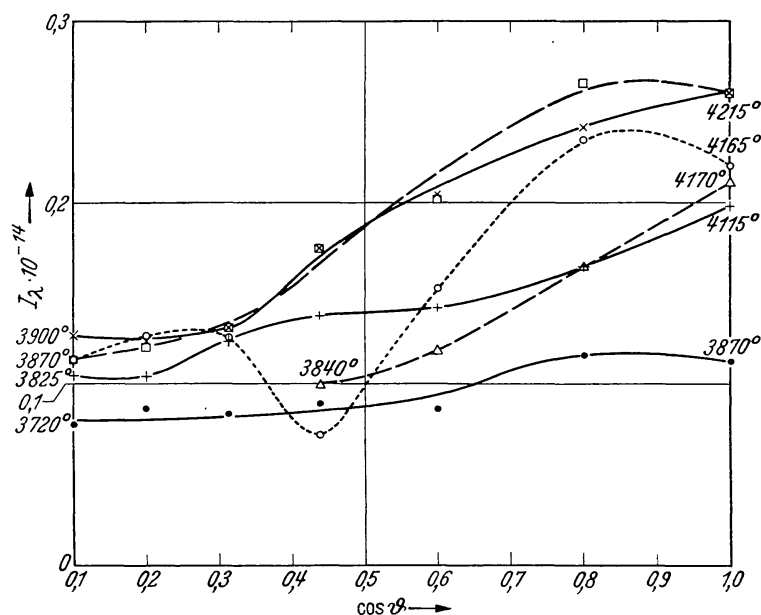


Abb. 4. Mitte-Rand-Variation für die Restintensitäten der starken Fe I-Linien.

$\lambda = 4045.8 \text{ \AA}$ —●—●— $\lambda = 4063.6 \text{ \AA}$
 $4071.8 \text{ \AA}$ —+—+— $4132.1 \text{ \AA}$ —x—x—
 $4005.3 \text{ \AA}$ —△—△— $4143.9 \text{ \AA}$ —□—□—

Die an die Meßpunkte angeschriebenen Zahlen bezeichnen wieder die Temperaturen, deren Kirchhoff-Planck-Funktionen die gemessenen Absolutwerte der Restintensitäten ergeben.

das um 2.4% (Smithsonian Skalenkorrektur) verminderte $I_\lambda(0)$ nach G. F. W. MULDER [19] benutzt.

In der Abb. 4 haben wir in entsprechender Weise die Mitte-Rand-Variationen der starken Eisenlinien wiedergegeben. Es handelt sich dabei um das Multiplett (43 M in den Multiplet-Tables von MOORE) $a^3F - y^3F^\circ$ mit den Linien λ 4005.3; 4045.8; 4063.6; 4071.8; 4132.1 und 4143.9 Å. Die Linien λ 4063,6; 4143,9 und 4005,3 gehen von demselben unteren Term aus, desgleichen λ 4071.8 und 4132.1.

Anhand dieser gemessenen Restintensitäten $I_\nu(0, \vartheta)$ wollen wir nun versuchen, die Temperaturschichtung in den äußersten Sonnenschichten zu ermitteln. Nach der bereits mehrfach erwähnten Untersuchung von D. BARBIER [3] kann man sagen, daß die Intensität I_ν einer Frequenz ν , die unter dem Winkel ϑ aus der Sternoberfläche austritt, näherungsweise gleich der Kirchhoff-Planck-Funktion ist, die zu der Temperatur in $\tau_\nu = \cos \vartheta$ gehört. Für jede einzelne Linie wurde deshalb zu gegebenem $\cos \vartheta$ zunächst die Temperatur berechnet, deren zugehörige Kirchhoff-Planck-Funktion die gemessene Restintensität ergibt. Diese Temperatur wurde dann der optischen Tiefe $\tau_\nu = \cos \vartheta$ für die Mitte der betrachteten Linie zugeordnet¹. Damit erhält man das $T(\tau_\nu)$ zunächst für jede einzelne Linie. Die so z. B. für die Balmerlinien gewonnenen Kurven wurden dann mit Hilfe der bekannten Oszillatorenstärken alle auf die τ_ν von H_γ bezogen. (Wir hätten selbstverständlich ebenso gut das τ_ν von H_β oder H_α nehmen können.)

Es ist in gleicher geometrischer Tiefe z. B.

$$\frac{\tau(H_\alpha)}{\tau(H_\gamma)} = \frac{\kappa(H_\alpha)}{\kappa(H_\gamma)} = \frac{\lambda_\alpha \cdot f(H_\alpha)}{\lambda_\gamma \cdot f(H_\gamma)}$$

und also

$$\tau(H_\gamma) = \tau(H_\alpha) \cdot \frac{\lambda_\gamma \cdot f(H_\gamma)}{\lambda_\alpha \cdot f(H_\alpha)}.$$

Das Ergebnis zeigt die Abb. 5. Sie gibt die Temperaturschichtung in den äußersten Sonnenschichten (wie sie sich aus den Balmerlinien ergibt) als Funktion der optischen Tiefe in der Mitte von H_γ wieder. Die gestrichelten Kurven wurden aus den *Göttinger* Messungen gewonnen, die ausgezogenen Kurven aus denen von C. DE JAGER. Aus den *Göttinger* Messungen erhält man durchweg etwas höhere Temperaturen, als aus den *Utrechter* Messungen. Jedoch ergeben beide Meßreihen einen ziemlich gleichförmigen Abfall der Strahlungstemperaturen bis etwa $3900 - 4000^\circ$ ², wobei offensichtlich das eigentliche Minimum

¹ Die der Temperatur so zugeordnete optische Tiefe kann vielleicht um einen Faktor 2 falsch sein. Das ist hier aber unwesentlich.

² Wir haben bei diesen Rechnungen lokales thermodynamisches Gleichgewicht vorausgesetzt. Die Streuung wurde vernachlässigt. Bei H_α kann das vielleicht zu etwas zu niedrigen Temperaturen führen.

der Temperatur auch in den höchsten untersuchten Schichten noch nicht erreicht ist.

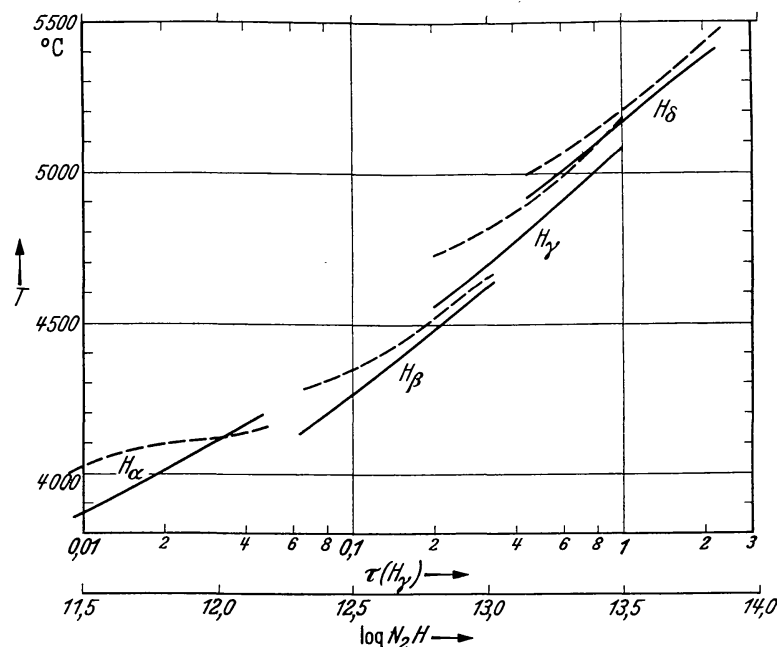


Abb. 5. Die aus den Mitte-Rand-Variationen der Restintensitäten der Balmerlinien H_α , H_β , H_γ und H_δ abgeleitete Temperatur ist als Funktion von $\tau(H_\gamma)$ aufgetragen, und zwar nach den *Utrecht*er (—) und den *Göttinger* (---) Messungen. Als Abszisse wurde neben dem $\tau(H_\gamma)$ noch das $N_2 H$ aufgetragen, d. h. die Zahl der 2-quantigen Wasserstoffatome über 1 cm^2 der betreffenden Schicht.

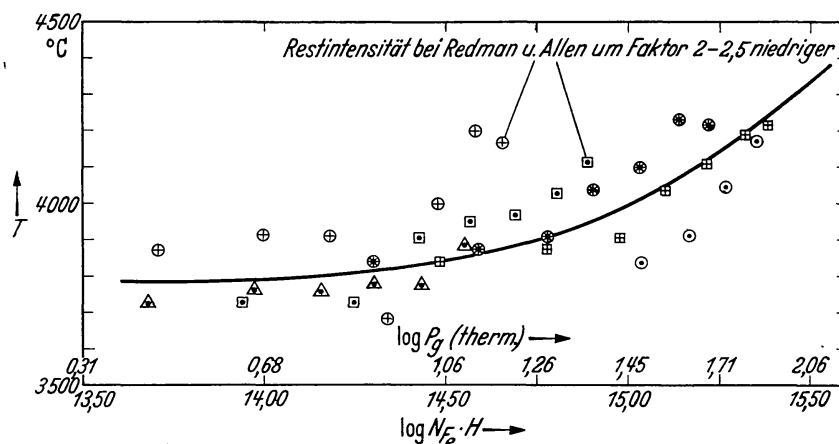


Abb. 6. Temperaturschichtung aus der Mitte-Rand-Variation der Restintensitäten der starken Fe I-Linien. Als Abszisse ist das $N_{\text{Fe}} H$, die Zahl der über der betreffenden Schicht liegenden neutralen Eisenatome aufgetragen. Außerdem ist der Gasdruck P_g angegeben, der bei thermischem Gleichgewicht in der betreffenden Schicht vorhanden sein müßte. Für die einzelnen Eisenlinien wurden folgende Bezeichnungen verwendet:

$\oplus$ 4063.6	Anregungsspannung 1.55 eV	$\square$ 4071.7	1.60 eV
$\bullet$ 4143.9		$\boxplus$ 4132.1	
$\circ$ 4005.2		$\triangle$ 4045.8	1.48 eV

In der Abb. 6 ist in entsprechender Weise der aus den Restintensitäten der Eisenlinien abgeleitete Temperaturverlauf angezeichnet. (Bei der

Beziehung der Temperaturwerte aus den verschiedenen Linien auf *eine* Abszissenskala wurden die verschiedenen Anregungspotentiale für die 3 Liniengruppen berücksichtigt. — Es wurde die Temperaturschichtung der Abb. 6 dabei benutzt. — Die f -Werte wurden den Messungen von R. KING [14] entnommen.)

Trotz der großen Streuung der Punkte ergibt sich im ganzen ein einheitlicher Verlauf der Temperatur, insbesondere wenn man bedenkt, daß gerade die am meisten streuenden Meßwerte auch die unsichersten sein dürften. Die Restintensitäten der hier betrachteten Eisenlinien werden offenbar in einer Schicht gebildet, in der eine nahezu konstante Grenztemperatur der Sonne von etwa $3800^\circ \pm 100^\circ$ erreicht ist. Da die Restintensitäten (abgesehen höchstens von H_α) sicher nicht wesentlich durch Streuung beeinflusst sind, glauben wir berechtigt zu sein, diese Strahlungstemperatur von 3800° als Grenztemperatur der Sonne anzusehen.

Bei dem Versuch, die hier bestimmten Temperaturschichtungen an die aus dem kontinuierlichen Spektrum bestimmte — unser Modell I — anzuschließen, ergaben sich aber Schwierigkeiten. Es wurde zunächst der folgende Weg eingeschlagen: Aus dem Absorptionskoeffizienten κ_ν , z. B. in der Mitte von H_γ , läßt sich zu gegebenem $\tau(H_\gamma)$ die Anzahl der über diesem $\tau(H_\gamma)$ liegenden 2-quantigen Wasserstoffatome berechnen. Mit der Temperaturschichtung bis zu dem gegebenen Wert von $\tau(H_\gamma)$ läßt sich daraus die Anzahl aller über diesem $\tau(H_\gamma)$ liegenden Wasserstoffatome überhaupt berechnen, die praktisch die Gesamtzahl aller schweren Teilchen ausmacht. Mit dieser Teilchenzahl und dem mittleren Atomgewicht kann man dann den Gasdruck in dem betrachteten $\tau(H_\gamma)$ ausrechnen. Sucht man zu diesem Druck in dem aus dem Kontinuum bestimmten Modell den Punkt mit gleichem Druck auf, so sollten die beiden Punkte zu der gleichen geometrischen Tiefe gehören und damit das Verhältnis $\tau(H_\gamma)/\tau_0$ gegeben sein.

Der Absorptionskoeffizient in der Linienmitte, der im wesentlichen durch die Doppler-Verbreiterung bestimmt wird, ist nach [25]

$$\kappa_2 = \kappa_\nu \text{ pro 2-quantiges H-Atom} = \frac{\sqrt{\pi} e^2}{m c^2} \frac{\lambda^2 \cdot f}{\Delta \lambda_D} \quad (7)$$

Weiter ist

$$\tau_\nu = \int \kappa_2 N_2 dl, \quad (8)$$

wo N_2 die Zahl der 2-quantigen H-Atome pro cm^3 und l die geometrische Tiefe bedeuten. Nehmen wir näherungsweise κ_2 als von der Tiefe unabhängig an, so können wir (8) schreiben in der Form

$$\tau_\nu = \kappa_2 \int N_2 dl = \kappa_2 N_2 H.$$

Daraus können wir das $N_2 H$, die gesuchte Anzahl der 2-quantigen Wasserstoffatome über der Schicht mit gegebenem τ_ν jetzt ohne

Schwierigkeiten ausrechnen. Es wird nämlich

$$N_2\text{H} = \frac{\tau_\nu}{\kappa_2}, \quad \text{oder} \quad \Delta N_2\text{H} = \frac{\Delta \tau_\nu}{\kappa_2},$$

wenn wir das κ nur stückweise als konstant annehmen wollen.

Auf diese Weise haben wir die 2. Skala der Abb. 5 berechnet, die zu jedem $\tau(\text{H}_\gamma)$ das $\log N_2\text{H}$ angibt. Ganz entsprechend wurde die Abszissenskala der Abb. 6 berechnet, bei der nur die Zustandsumme der Fe-Atome mitberücksichtigt werden mußte, da hier die *Gesamtzahl* der neutralen Eisenatome angegeben wurde.

Aus dem $N_2\text{H}$ als Funktion von $\tau(\text{H}_\gamma)$ können wir mit Hilfe der Boltzmannformel leicht das $N\text{H}$, die Zahl aller über $\tau(\text{H}_\gamma)$ liegenden Wasserstoffatome ausrechnen, die bei niedrigen T praktisch gleich der Zahl der Wasserstoffatome im Grundzustand ist. Es ist

$$N\text{H} = \frac{1}{4} N_2\text{H} e^{\chi/kT},$$

wo $\chi = 10.15 \text{ eV}$ die Anregungsspannung des 2. Quantenzustandes ist, oder

$$\log N\text{H} = \log N_2\text{H} - \log 4 + \chi \cdot \theta = \log \tau - \log \kappa_2 - \log 4 + \chi \cdot \theta. \quad (9)$$

Da der Faktor $\chi \cdot \theta$ ($\theta = \frac{5040}{T}$) bei niedrigen Temperaturen sehr stark von T abhängt, muß bei der Berechnung von $N\text{H}$ die *Temperaturschichtung* bis $\tau(\text{H}_\gamma)$ berücksichtigt werden. Es wurde die der Abb. 5 zugrunde gelegt. Dann wurden die $\Delta N\text{H}$ zwischen benachbarten $\tau(\text{H}_\gamma)$ ausgerechnet und für die Temperatur in diesem Bereich jeweils ein konstanter Wert angenommen, der etwa dem Mittelwert entsprach. Das $\Delta N\text{H}$ wurde dann analog (9) berechnet.

Mit bekanntem $N\text{H}$ als Funktion von $\tau(\text{H}_\gamma)$ kann man dann den Gasdruck P_g als Funktion von $\tau(\text{H}_\gamma)$ ausrechnen, der gleich dem Gewicht aller über dem betrachteten $\tau(\text{H}_\gamma)$ liegenden Atome ist, also

$$P_g = N\text{H} \cdot 1.15 \cdot \mu \cdot g$$

(Der Faktor 1,15 berücksichtigt die Anzahl der Heliumatome.)

Mit Hilfe von (9) ergibt sich daraus

$$\log \Delta P_g = \log \Delta N_2\text{H} + 0,06 + \log \mu + \log g - \log 4 + \chi \cdot \theta. \quad (10)$$

Durch Aufsummieren der ΔP_g erhält man den Gasdruck in den verschiedenen Tiefen $\tau(\text{H}_\gamma)$. Für $\tau(\text{H}_\gamma) = 2$, entsprechend einer Temperatur $T = 5340^\circ$, ergibt sich so $\log P_g = 5.363$, was einem $\tau_0 \gg 2$ entsprechen würde. Das ist offensichtlich unmöglich¹.

Vergleichen wir die Gasdrucke, die man zu gleichen T aus den Restintensitäten der Balmerlinien nach der eben beschriebenen Methode bzw. aus dem Modell I der Tab. 1 erhält, so sieht man, daß die Restintensitäten auf Drucke führen, die z. B. bei $T = 5000^\circ$ etwa um einen Faktor 7 zu groß sind. Dieser Faktor wird bei niedrigen Temperaturen größer.

¹ Eine Berücksichtigung der Verringerung des Absorptionskoeffizienten in der Linienmitte durch Starkeffektverbreiterung würde zu noch größeren Atomzahlen und damit zu noch größeren Drucken führen.

Bei $T = 4300^\circ$ sind die aus den Restintensitäten berechneten Drucke etwa 11mal größer als die unserer Modelle I und II. Wir erhalten mit der eben beschriebenen Methode zur Druckberechnung offenbar aus dem N_2H ein zu großes NH und damit ein zu großes P_g . Zur Behebung dieser Unstimmigkeit könnte man vielleicht eine Anregungstemperatur T_A einführen, welche größer ist als die in Abb. 5 angegebene Strahlungstemperatur. Dann würden nämlich zu gleicher Anzahl N_2 weniger Atome im Grundzustand gehören [kleineres θ in (9)], d. h. zu gegebenem N_2H würde NH und damit auch P_g kleiner.

Rechnet man in analoger Weise die Gasdrucke zu den aus den Restintensitäten der *Eisenlinien* bestimmten Temperaturen aus (dabei muß man die Ionisation und die z. B. von A. UNSÖLD [26] bestimmte relative Häufigkeit des Eisens berücksichtigen), so kommt man für die Schicht mit $T = 4200^\circ$ zu einem Wert von $\log P_g [\text{dyn/cm}^2] = 1.75$, der also etwa um einen Faktor 10^2 kleiner ist als bei unserem Modell I und etwa 10^3 mal kleiner als der Druck, den man aus den Restintensitäten der Balmerlinien erhalten würde.

Man könnte zunächst daran denken, diese Diskrepanz bei der Bestimmung der Gasdrucke durch eine starke Überionisation des Eisens — entsprechend der Überanregung des Wasserstoffs — zu erklären. Tatsächlich erhält man mit einer Ionisationstemperatur von 5000° eine wesentlich bessere Übereinstimmung der beiden Drucke, aber dafür ergibt sich eine andere, neue Schwierigkeit: Bei der Annahme einer Ionisationstemperatur $\geq 5000^\circ$ sind alle Elemente mit Ionisierungsspannungen bis 8 eV vollständig ionisiert, also nicht nur das Eisen, sondern auch z. B. Titan. Wir haben nun die Restintensitäten einiger starker Ti II-Linien im Utrechter Sonnenatlas ausgemessen und zwar $\lambda 3383.8$; 3685.2 ; 3759.3 und $3761.3 \text{ \AA}$, für die R. KING [15] relative f -Werte gemessen hat, die dann mit Hilfe des f -Summen-Satzes normiert wurden¹. Für die Temperaturen, deren Kirchhoff-Planck-Funktionen die richtigen Restintensitäten ergeben, erhielten wir Werte um 4500° , die allerdings schätzungsweise um 200 — 300° unsicher sind, da es schwierig ist, im ultravioletten Spektralbereich den Absolutwert für das scheinbare Kontinuum und damit für die Restintensitäten festzulegen. Nimmt man nun an, daß alles Titan ionisiert ist, so kommt man auf Drucke von 1 — 3 dyn/cm^2 , die also wieder um einen Faktor 10^4 unter denen unseres Modelles I liegen. Es scheint demnach wohl am vernünftigsten anzunehmen, daß Fe und Fe^+ und ebenso Ti und Ti^+ (evtl. noch Ti^{++}) größenordnungsmäßig etwa gleich häufig sind und daß die Restintensitäten der starken Fe I-Linien und der untersuchten Ti II-Linien tatsächlich in Schichten mit $P_g \approx 1 - 10 \text{ dyn/cm}^2$ entstehen, d. h. in der Chromosphäre. Der Wasserstoff müßte dann etwa um einen

¹ Auf einen Faktor 2—3 kommt es hier nicht an.

Faktor 10^4 überangeregt sein, was auf eine Anregungstemperatur von 5600° führen würde¹.

Zusammenfassend kann man sagen, daß das Sonnenmodell für Tiefen $\tau_0 > 0,1$ mit einer Sicherheit von $\pm 50^\circ$ bekannt ist. In höheren Schichten werden die Unsicherheiten mindestens doppelt so groß. Für sehr hohe Schichten (schätzungsweise $\tau_0 < 0,03$) werden die Abweichungen vom thermischen Gleichgewicht bedeutungsvoll. Als Ursache für diese Abweichungen kommen in Frage erstens Temperaturinhomogenitäten² — sichtbar in der Granulation —, zweitens Abweichungen der Strahlungsenergieverteilung von der Kirchhoff-Planck-Funktion infolge der steilen Temperaturgradienten in den Oberflächenschichten und drittens die Rückstrahlung von der Grenzschicht Chromosphäre-Korona und der Korona selbst.

Herrn Professor A. UNSÖLD möchte ich recht herzlich danken für viele Hinweise und Diskussionen bei diesen Untersuchungen. Auch der Deutschen Forschungsgemeinschaft gebührt mein Dank für die Gewährung eines Stipendiums, das die Durchführung dieser Arbeit ermöglichte.

Literatur.

- [1] ALLEN, G. W.: *Observatory* **70**, 154 (1950). — [2] BARBIER, D.: *Ann. d'Astrophysique* **9**, 173 (1946). — [3] BARBIER, D.: *Ann. d'Astrophysique* **7**, 115 (1944). — [4] BÖHM, K. H.: *Z. Astrophysik* **34**, 182 (1954). — [5] BRUGGECATE, P. TEN, P. H. GOLLNOW u. F. W. JÄGER: *Z. Astrophysik* **27**, 223 (1950). — [6] CHALONGE, D., et V. KOURGANOFF: *Ann. d'Astrophysique* **9**, 69 (1946). — [7] CHANDRASEKHAR, S.: *Monthly Notices* **96**, 21 (1936). — [8] DURAND, E.: In Kuiper: *The Atmospheres of the earth and the planets*. S. 146, Chicago 1951. — [9] EDDINGTON, A. S.: *Der innere Aufbau der Sterne*. Berlin 1928. — [10] HOUTGAST, J.: *Diss. Utrecht* 1942. — [11] DE JAGER, C.: *Proc. Akad. Wet. Amsterdam* **51**, 1159 (1948). — [12] DE JAGER, C.: *Proc. Akad. Wet. Amsterdam* **51**, 731, (1948). — [13] DE JAGER, C.: *Recherches Astron. Utrecht XIII*, Part 1 (1952). — [14] KING, R.: *Astrophysic. J.* **95**, 78 (1942). — [15] KING, R.: *Astrophysic. J.* **94**, 27 (1941). — [16] LABS, D.: *Z. Astrophysik* **29**, 199 (1951). — [17] MICHARD, R.: *Bull. Astr. Netherlands* **11**, 227 (1950). — [18] MICHARD, R.: *Ann. d'Astrophysique* **16**, 217 (1953). — [19] MULDER, G. F. W.: *Z. Astrophysik* **11**, 132 (1935). — [20] NICOLET, M.: *Ann. d'Astrophysique* **14**, 249 (1951). — [21] PECKER, J. C.: *Ann. d'Astrophysique* **14**, 152 (1951). — [22] RENSE, W. A.: *Physic. Rev.* **92**, 850 (1953). — [23] UNSÖLD, A., u. E. VITENSE: *Mitt. Astr. Ges.* 1951. — [24] UNSÖLD, A.: *Atti Convegno Volta* **11** (Florenz 1952). Rom 1953. — [25] UNSÖLD, A.: *Physik der Sternatmosphären*, S. 242. Berlin 1936. — [26] UNSÖLD, A.: *Z. Astrophysik* **24**, 306 (1948). — [27] VITENSE, E.: *Z. Astrophysik* **28**, 81 (1951). — [28] VITENSE, E.: *Z. Astrophysik* **32**, 135 (1953).

Dr. E. BÖHM-VITENSE, Institut für theoretische Physik u. Sternwarte Kiel, Neue Universität, Olshausenstraße.

¹ In diesem Zusammenhang ist es vielleicht von Interesse, daß nach den Messungen von W. A. RENSE [22] die Strahlungsintensität der Sonne in $\text{Ly } \alpha$ einer Kirchhoff-Planck-Funktion von etwa 6000° entspricht.

² Diese dürften sich auch noch in Schichten $\tau_0 > 0,03$ bemerkbar machen.